

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ д.и.н. Широкопад И.И.

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
***Высшая математика***

**Направление подготовки (специальности)**  
*280700.62 – Техносферная безопасность*  
*профиль «Охрана природной среды и ресурсосбережение»*

**Квалификация (степень) выпускника - бакалавр**

**Форма обучения**  
*Очная*

Москва, 2011

## 1 Цели освоения дисциплины

**Целью освоения дисциплины «Высшая математика»** является получение знаний для базовой математической подготовки бакалавров, позволяющей успешно решать современные прикладные задачи. Освоение дисциплины направлено на формирование навыков формулировки математических постановок задач, овладение аналитическими и численными методами решения поставленных задач, а также овладение методами математического моделирования с применением вычислительной техники.

## 2 Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Высшая математика» представляет собой дисциплину базовой части математического и естественнонаучного цикла (индекс Б2.Б.1). Обучение происходит в течение трех первых семестров. Для изучения дисциплины необходимы компетенции, сформированные у обучающихся в результате обучения в средней общеобразовательной школе и в результате освоения дисциплин ООП подготовки бакалавра «Физика», «Информатика», «Экономика».

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины ОК 11

### 3.1 Дисциплинарная карта компетенции ОК-11

<b>ОК-11</b>	<b>Формулировка</b> <i>Использует законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач.</i>	
<b>Наименование части компетенции, формируемой в дисциплине «Высшая математика»</b>	<b>ОК-11</b>	<b>Формулировка</b> <b>Применяет</b> основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений.
<b>Перечень компонентов:</b>	<b>Технологии формирования:</b>	<b>Средства и технологии оценки:</b>
<b>Знает:</b> - основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений.	Лекции. Семинарские занятия. Самостоятельная работа.	Тестирование. Защита расчётно-графической работы. Экзамен.
<b>Умеет:</b> - использовать методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного при решении типовых задач.	Лекции. Семинарские занятия. Самостоятельная работа.	Тестирование. Защита расчётно-графической работы. Экзамен.
<b>Владеет:</b> - методами построения математических моделей типовых задач.	Лекции. Семинарские занятия. Самостоятельная работа.	Тестирование. Защита расчётно-графической работы. Экзамен.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений.

**Уметь:** использовать методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного при решении типовых задач.

**Владеть:** методами построения математических моделей типовых задач.

#### 4 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц или 432 часа (1 семестр – 180 часов, 2 семестр – 108 часов, 3 семестр – 144 часа).

##### 4.1 Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц	Практ зан.	Лаб зан.	Эк-за-мен	СР С	Все-го час.
<b>I семестр</b>							
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия.	14	14			19	47
2	Элементы дискретной математики и математической логики.	4	4*			2	10
3	Введение в математический анализ.	4	4			19	27
4	Дифференциальное исчисление функций одного независимого переменного.	14	14*			19	47
	<b>Расчётно-графическая работа</b>					22	22
	<b>Экзамен</b>				27		27
	<b>Итого за семестр:</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>27</b>	<b>81</b>	<b>180</b>
<b>II семестр</b>							
5	Неопределенные и определенные интегралы. Несобственные интегралы.	6	12			10	28
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных.	7	14			12	33
7	Числовые и функциональные ряды.	5	10*			10	25
	<b>Расчётно-графическая работа</b>					22	22
	<b>Итого за семестр:</b>	<b>18</b>	<b>36</b>			<b>54</b>	<b>108</b>
<b>III семестр</b>							
8	Кратные интегралы. Криволинейные интегралы.	7	14			18	39
9	Функции комплексного переменного.	2	4*			5	11
10	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	9	18*			18	45
	<b>Расчётно-графическая работа</b>					22	22
	<b>Экзамен</b>				27		27
	<b>Итого за семестр:</b>	<b>18</b>	<b>36</b>			<b>63</b>	<b>144</b>
	<b>Итого за курс:</b>						<b>432</b>

\* Занятия проводятся в интерактивных формах обучения

В конце первого и третьего семестров проводится экзамен по соответствующим разделам дисциплины, в конце второго семестра - зачет.

#### 4.2 Практические занятия и их взаимосвязь с содержанием курса

	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
<b>I семестр</b>			
1	1	Матрицы и действия над ними. Способы вычисления определителей. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.	2
2	1	Метод Гаусса. Линейно зависимые и линейно независимые столбцы и строки матрицы. Ранг матрицы.	2
3	1	Обратная матрица. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы уравнений.	2
4	1	Линейные векторные пространства. Базис. Координаты вектора в выбранном базисе. Длина вектора. Линейные операции в координатах.	2
5	1	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрическая интерпретация. Координатное представление произведений векторов.	2
6	1	Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Различные формы уравнений прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	2
7	1	Кривые второго порядка. Типы квадратичных форм. Канонические виды кривых второго порядка.	2
8	2	Элементы алгебры логики высказываний. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность). Основные алгебраические структуры.	2
9	2	Свойства бинарных операций. Дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквивалентность. Законы де Моргана. Ориентированные графы. Полный путь. Основные понятия комбинаторики.	2
10	3	Предел функции и его геометрический смысл. Свойства пределов функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Вычисление пределов с помощью таблицы основных эквивалентных бесконечно малых функций.	2
11	3	Понятие непрерывности в точке. Определения разрывов первого и второго родов. Устранимые разрывы. Непрерывность элементарных функций.	2
12	4	Производная функции в точке. Таблица производных основных элементарных функций.	2
13	4	Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически.	2

14	4	Производные и дифференциалы высших порядков и их свойства.	2
15	4	Правило Лопиталя.	2
16	4	Необходимое и достаточное условие экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.	2
17	4	Применение второй производной к нахождению интервалов выпуклости и вогнутости.	2
18	4	Общая схема исследования функций и построения графиков.	2
		<b>Итого за I семестр:</b>	<b>36</b>
<b>II семестр</b>			
19	5	Непосредственное интегрирование. Интегрирование по частям и подстановкой.	2
20	5	Интегрирование рациональных дробей.	2
21	5	Вычисление определенных интегралов методами замены переменной и по частям.	2
22	5	Применение определённых интегралов в геометрии и физике.	4
23	5	Несобственные интегралы.	2
24	6	Область определения, предел и непрерывность функции нескольких переменных.	2
25	6	Частные производные и дифференцируемость функции нескольких переменных.	2
26	6	Полный дифференциал функции нескольких переменных.	2
27	6	Градиент. Производная по направлению.	2
28	6	Частные производные и дифференциалы высших порядков.	2
29	6	Экстремумы функции нескольких переменных.	4
30	7	Частичные суммы. Сходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости.	2
31	7	Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопередающиеся ряды: признак Лейбница.	2
32	7	Радиус сходимости степенного ряда.	2
33	7	Ряды Фурье.	4
		<b>Итого за II семестр:</b>	<b>36</b>
<b>III семестр</b>			
34	8	Вычисление двойных и тройных интегралов повторным интегрированием. Замена переменных в двойном и тройном интегралах	6
35	8	Криволинейные интегралы первого и второго рода.	4
36	8	Поверхностные интегралы первого и второго родов.	4
37	9	Действия над комплексными числами.	2
38	9	Дифференцирование функций комплексного переменного.	2
39	10	Интегрирование дифференциальных уравнений с раз-	2

		деляющимися переменными.	
40	10	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	2
41	10	Некоторые частные виды О.Д.У. второго порядка, решаемые в квадратурах. Понижение порядка.	2
42	10	Отыскание частных решений линейных О.Д.У. методом Лагранжа.	4
43	10	Построение общего решения линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	4
44	10	Линейные системы О.Д.У. первого порядка с постоянными коэффициентами.	4
		<b>Итого за III семестр:</b>	<b>36</b>
		<b>ВСЕГО:</b>	<b>108</b>

#### 4.3 Матрица соотнесения тем/разделов учебной дисциплины/модуля и формируемых в них профессиональных и общекультурных компетенций

№ п/п	Темы, разделы дисциплины	Общее количество часов	Компетенции	
			ОК-11	Общее количество компетенций
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия.	62	+	1
2	Элементы дискретной математики и математической логики.	16	+	1
3	Введение в математический анализ.	40	+	1
4	Дифференциальное исчисление функций одного независимого переменного.	62	+	1
5	Неопределенные и определенные интегралы. Несобственные интегралы.	35	+	1
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных.	41	+	1
7	Числовые и функциональные ряды.	32	+	1

8	Кратные интегралы. Криволинейные интегралы.	59	+	1
9	Функции комплексного переменного.	20	+	1
10	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	65	+	1
<b>Итого</b>		<b>432</b>		

#### 4.4 Самостоятельная работа

Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Формы текущего контроля (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
			Самостоятельная работа	
1	2	3	7	8
1 Линейная алгебра и аналитическая геометрия.	1	1-7	16	Собеседование РГР
2 Элементы дискретной математики и математической логики.	1	8-9	3	Реферат Доклад
3 Введение в математический анализ.	1	9-10	20	Контрольная работа  Тестирование РГР
4 Дифференциальное исчисление функций одного независимого переменного.	1	10-18	18	Реферат Доклад РГР
<b>Текущий и итоговый контроль</b>	1		22	РГР Экзамен
<b>Итого за семестр:</b>			<b>81</b>	
5 Неопределенные и определенные интегралы. Несобственные интегралы.	2	1-6	10	Собеседование РГР
6 Дифференциальное исчисление функций нескольких независимых переменных.	2	6-11	12	Тест РГР
7 Числовые и функциональные ряды.	2	12-16	10	Контрольная работа РГР
<b>Текущий и итоговый кон-</b>	2		22	

троль				РГР Экзамен
<b>Итого за семестр:</b>			<b>54</b>	
8 Кратные интегралы. Криволинейные интегралы.	3	1-6	15	Реферат Тестирование РГР
9 Функции комплексного переменного.	3	7-8	10	Реферат Тестирование РГР
10 Обыкновенные дифференциальные уравнения.	3	9-18	16	Реферат Тестирование РГР
<b>Текущий и итоговый контроль</b>	3		22	РГР Экзамен
<b>Итого за семестр:</b>	3		<b>63</b>	
<b>ИТОГО:</b>			<b>198</b>	

## 5 Образовательные технологии

При реализации программы дисциплины «Высшая математика» используются как традиционные технологии в виде аудиторных занятий, состоящих из лекционных (72 часа) и практических занятий (108 часов) так и компьютерные – при проведении расчетных работ и тестировании остаточных знаний студентов. Самостоятельная работа студентов (198 часов) подразумевает работу под руководством преподавателей (консультация и помощь при выполнении расчетно-графических работ), и индивидуальную работу студентов в компьютерном классе или библиотеке университета.

При проведении занятий рекомендуется использование активных и интерактивных форм занятий в сочетании с внеаудиторной работой. Для усвоения закрепленных компетенций рекомендуется использование изученного материала при проведении занятий по «Физике», «Информатике», «Экономике».

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, должен составлять не менее 30 % аудиторных занятий.

Наряду с практическими занятиями дополнительными формами самостоятельной работы являются домашние индивидуальные задания.

Домашние задания являются, как правило, продолжением практических занятий и содействуют овладению практическими навыками по основным разделам дисциплины.

Отчеты по выполненным работам предъявляются преподавателю в сроки, установленные «Графиком самостоятельной работы студентов».

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**6.1 Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы по разделам дисциплины**

**Контрольные вопросы и задания:  
Линейная алгебра**

Матрицы, виды матриц. Действия над матрицами. Определители, их свойства.

Минор, алгебраическое дополнение. Вычисления определителей с помощью алгебраических дополнений.

Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений (СЛУ).

Обратная матрица, методы вычисления, матричная форма записи СЛУ, решение СЛУ с помощью обратной матрицы.

Ранг матрицы, теорема Кронекера-Капелли. Решение однородных систем линейных уравнений. Метод Гаусса для решения СЛУ (общий случай система  $n$ -го порядка).

### ***Аналитическая геометрия***

Понятие вектора, проекции вектора на оси координат, направляющие косинусы.

Линейные операции над векторами, их основные свойства, коллинеарность, компланарность векторов.

Разложение вектора по базису.

Скалярное произведение векторов, его свойства.

Векторное произведение векторов, его свойства.

Смешанное произведение векторов, его свойства.

Расстояние между двумя точками на плоскости. Нахождение площади треугольника, деление отрезка в заданном отношении.

Уравнение прямой на плоскости: с угловым коэффициентом; проходящей через данную точку с угловым коэффициентом; проходящей через две данные точки.

Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

Общее уравнение прямой, нормальное уравнение прямой, расстояние от точки до прямой на плоскости.

Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду, нормирующий множитель (примеры).

Общее уравнение плоскости, угол между плоскостями.

Нормальное уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.

Общее уравнение прямой в пространстве, канонические уравнения прямой, параметрические уравнения.

Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.

Расстояние от точки до прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Понятие о линиях второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Общее уравнение линии второго порядка.

### ***Элементы дискретной математики и математической логики***

Элементы алгебры логики высказываний. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность).

Основные алгебраические структуры (кольца, поля, группы). Свойства бинарных операций (замкнутость, коммутативность, ассоциативность).

Дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквивалентность. Законы де Моргана.

Ориентированные графы. Полный путь.

Основные понятия комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания.

### ***Математический анализ***

Предел функции непрерывного аргумента (примеры). Бесконечно большой аргумент.

Предел числовой последовательности (примеры).

Бесконечно большие, ограниченные, бесконечно малые функции (примеры).

Сравнение бесконечно малых функций, эквивалентные бесконечно малые.

Таблица эквивалентности (доказательство).

Правила предельного перехода: предел суммы, произведения, частного функций (доказательство).

Признак существования предела функции. Первый замечательный предел (доказательство).

Признак существования предела числовой последовательности. Второй замечательный предел.

Непрерывность функций, классификация точек разрыва (примеры).

Действия над непрерывными функциями. Свойства непрерывных функций.

Понятие производной функции, геометрический смысл (примеры).

Необходимое условие существования производной (примеры).

Теоремы о производных суммы, произведения, частного функций (доказательство).

Производная сложной функции, производная неявной функции, производная обратной функции.

Логарифмическая производная. Дифференцирование функций, заданных параметрически (примеры).

Таблица производных элементарных функций (доказательство).

Дифференцируемость функций, необходимое и достаточное условия дифференцируемости функций.

Дифференциал функции, дифференциал суммы, произведения, частного, применение дифференциала в приближённых вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Теорема Ролля (доказательство).

Теорема Лагранжа (без доказательства).

Теорема Коши (без доказательства).

Раскрытие неопределённостей в пределах, правило Лопиталя.

Формула Тейлора, формула Маклорена, разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.

Возрастание и убывание функций. Необходимое и достаточное условие монотонности функции на отрезке. Экстремальные точки. Достаточные условия экстремума (примеры).

Выпуклость и вогнутость кривой. Достаточные условия точек перегиба (примеры).

Асимптоты графиков функций (примеры).

Исследование функций, построение их графиков (примеры).

Первообразная и понятие неопределённого интеграла. Геометрический смысл неопределённого интеграла.

Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов.

Замена переменной в неопределённом интеграле.

Интегрирование по частям для неопределённого интеграла.

Интегрирование простейших тригонометрических выражений, тригонометрические подстановки.

Интегрирование рациональных дробей.

Интегрирование выражений содержащих иррациональность.

Понятие определённого интеграла, интегральная сумма. Свойства определённого интеграла.

Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям, замена переменной в определенном интеграле.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами, интегралы от разрывных функций.

Приложения определенного интеграла. Нахождение площадей, вычисление длины дуги.

Нахождение объемов тел вращения, площади поверхности с помощью определенного интеграла.

Функции нескольких переменных, основные понятия, непрерывность функции.

Частные производные и их геометрический смысл.

Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Производная сложной функции.

Неявная функция и ее дифференцирование.

Повторное дифференцирование, производные, дифференциалы высших порядков.

Формула Тейлора для функции двух переменных.

Экстремум функции двух переменных, ее исследование.

Условный экстремум функции нескольких переменных, функция Лагранжа.

Скалярное поле, поверхности уровня.

Производная по направлению.

Градиент.

Свойства градиента.

### ***Ряды***

Определение числового ряда и его суммы, свойства сходящихся рядов.

Необходимый признак сходимости ряда.

Ряды с неотрицательными членами, признак сравнения.

Признак сходимости Даламбера.

Интегральный признак Коши.

Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница, абсолютная и условная сходимость ряда.

Степенные ряды, общие определения.

Теорема Абеля, интервал и радиус сходимости ряда.

Отыскание радиуса сходимости ряда, примеры.

Общие свойства степенных рядов, теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании степенных рядов.

Разложение элементарных функций в виде степенных рядов, применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

Ряды Фурье, нахождение коэффициентов рядов Фурье (примеры).

Разложение чётных и нечётных функций в ряд Фурье (примеры).

Ряды Фурье в произвольном интервале (примеры).

### ***Функции комплексного переменного***

Комплексные числа. Действия над комплексными числами.

Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.

Корень  $n$ -ой степени из комплексного числа.

Основная теорема алгебры. Разложимость многочлена  $n$ -ой степени в произведение линейных множителей.

Функции комплексного переменного. Основные элементарные функции комплексного переменного.

Дифференцирование функций комплексного переменного.  
Понятие о теореме и формуле Коши.

### **Дифференциальные уравнения**

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Частное и общее решение. Задача Коши для уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.

Интегрирование дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и однородных. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений.

Интегрирование дифференциальных уравнений Бернулли.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши для дифференциального уравнения высшего порядка. Теорема существования и единственности. Некоторые способы решения уравнения высшего порядка с помощью понижения порядка.

Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Определитель Вронского. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения  $n$ -го порядка.

Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Приемы решения линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами

## **6.2 Контрольные вопросы для промежуточной и итоговой аттестации освоения дисциплины**

В течение преподавания курса «Математика» в качестве форм текущей аттестации студентов используются такие формы, как оценка контрольных работ, собеседование при приеме результатов самостоятельной работы с оценкой, тестирование по окончании блока тем лекционного курса. По итогам обучения в каждом семестре проводится экзамен.

## **6.3 Примерные вопросы к экзаменам по семестрам**

### **1 семестр**

1. Матрицы. Определители и их свойства. Способы вычисления определителей.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.
3. Метод Гаусса.
4. Линейно зависимые и линейно независимые системы столбцов. Ранг матрицы и способы его вычисления.
5. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных алгебраических уравнений.
6. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Матричный способ решения систем с квадратной матрицей.
7. Общее решение однородной системы общего вида. Базисные и свободные переменные. Общее решение неоднородной системы общего вида.
8. Векторы. Алгебраические операции с векторами. Линейная зависимость и независимость векторов.
9. Скалярное произведение векторов и его свойства.
10. Векторное произведение векторов и его свойства.
11. Смешанное произведение векторов и его свойства.
12. Прямая линия на плоскости и ее уравнения.

13. Прямая линия в пространстве и ее уравнения. Расстояние от точки до прямой.
14. Уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
15. Эллипс и его свойства.
16. Гипербола и ее свойства.
17. Парабола и ее свойства.
18. Предел функции и его геометрический смысл. Односторонние пределы. Свойства пределов функции.
19. Бесконечно малые функции. Символика. Сравнение бесконечно малых. Таблица основных эквивалентных бесконечно малых.
20. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми.
21. Первый и второй замечательный пределы.
22. Непрерывность в точке. Классификация разрывов с примерами.
23. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижимость наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.
24. Асимптоты к графикам функций и способы их нахождения.
25. Производная функции в точке. Геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой. Связь между непрерывностью функции и существованием у нее производной.
26. Дифференцируемость функции. Геометрический смысл. Связь между дифференцируемостью, непрерывностью и существованием производной. Первый дифференциал и его геометрический смысл.
27. Производная и дифференциал от суммы, разности, произведения и частного двух функций. Производные основных функций.
28. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически.
29. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
30. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
31. Правило Лопиталя. Примеры.
32. Формулы Тейлора и Маклорена. Формы Лагранжа и Пеано остаточного члена. Таблица разложений основных элементарных функций по формуле Тейлора.
33. Критерий монотонности дифференцируемой функции. Определение точек экстремума по первой и второй производным. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
34. Определения выпуклости и вогнутости графика функции. Определение точки перегиба. Применение второй производной к нахождению интервалов выпуклости и вогнутости.
35. Общая схема исследования функций и построения графиков

## 2 семестр

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул интегрирования.
2. Непосредственное интегрирование. Интегрирование по частям и подстановкой.
3. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональностей.
4. Определение и основные свойства определенного интеграла. Производная по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов методами замены переменной и по частям.
5. Применение определенных интегралов в геометрии и физике. Вычисление площадей плоских областей, длин дуг плоских кривых, поверхностей фигур

- вращения и объёмов тел вращения. Вычисление центров тяжести и моментов инерции плоских пластин.
6. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Основные свойства. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости.
  7. Область определения, предел и непрерывность функции нескольких переменных. Основные теоремы о непрерывных функциях.
  8. Частные производные и дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Полный дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала.
  9. Градиент. Производная по направлению. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
  10. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие. Достаточные условия. Условный экстремум.
  11. Понятие числового ряда. Частичные суммы. Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости.
  12. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения («эталонные» ряды); радикальный признак Коши; признак Даламбера; интегральный признак Коши-Маклорена. Знакопередающиеся ряды: признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
  13. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Формула Даламбера для радиуса сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
  14. Ряды Фурье. Теорема Дирихле. Разложение по синусам и косинусам.

### 3 семестр

1. Двойной интеграл. Определение. Свойства.
2. Вычисление двойного интеграла путем повторного интегрирования.
3. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
4. Тройной интеграл. Определение. Свойства. Вычисление путем повторного интегрирования.
5. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.
6. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение. Вычисление.
7. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение. Вычисление. Формула Грина.
8. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.
9. Арифметические операции над комплексными числами.
10. Корень  $n$ -ой степени из комплексного числа.
11. Дифференциальное уравнение первого порядка. Частное и общее решения. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
12. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

13. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
14. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
15. Уравнение в полных дифференциалах.
16. Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Свойства решений. Определитель Вронского.
17. Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Случай действительных корней характеристического уравнения.
19. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Случай комплексных корней характеристического уравнения.
20. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами.
21. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
22. Интегрирование линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

#### 6.4 Примерные вопросы теста для контроля знаний

##### Тест №1

1. Рангом матрицы называется:
  - а) количество строк матрицы;
  - б) количество столбов матрицы;
  - в) наивысший порядок отличный от нуля миноров;
  - г) размерность матрицы.
2. Если определитель системы линейных алгебраических уравнений не равен 0, то система:
  - а) имеет единственное решение;
  - б) не имеет решений;
  - в) имеет бесчисленное количество решений;
  - г) имеет 3 решения.
3. Какие из этих 3-х точек лежат в одной плоскости:
  - а)  $(1, 1, 1)$ ,  $(2, 2, 2)$ ,  $(0, -1, 3)$ ;
  - б)  $(0, 0, 1)$ ,  $(2, -1, 0)$ ,  $(3, 3, 3)$ ;
  - в)  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, -1, 1)$ ,  $(2, 0, 1)$ ;
  - д) все предыдущие
4. Геометрическая интерпретация векторного произведения есть:
  - а) площадь параллелограмма;
  - б) объём параллелепипеда;
  - в) работа;
  - г) расстояние между точками.

##### ТЕСТ №2

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4}{x}$  равен:

а)  $\infty$ ; б) 0; в) 4; г) на «0» делить нельзя!

2. Какое из этих 2-х чисел больше  $z_1=2+3i$ ,  $z_2=-1-12i$ :

а) больше первое, т.к. его действительная часть больше;

б) больше второе, т.к. его мнимая часть больше;

в) отношений «больше» и «меньше» для комплексных чисел не существует;

г) если перевести их в декартовы координаты, то они равны.

3. Функции  $\sin x$  и  $x$  при  $x \rightarrow \infty$  будут эквивалентны друг другу, т.к.:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ; б)  $\sin x = x$ ; в) по второму замечательному пределу;

г) они не являются эквивалентными.

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x}$  равен:

а) 0; б)  $\infty$ ; в) получаем неопределённость вида  $0 \cdot \infty$ ;

г) получаем неопределённость вида  $0 \cdot 0$ .

5. В выражении  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{i}$ , есть:

а) сила тока; б) единичный орт; в)  $\sqrt{-1}$ ; г) момент инерции рамки из  $n$  витков тонкой проволоки.

### Тест №3

1. Касательная к графику функции  $y = \sin x$  в точке с абсциссой  $x = 0$  образует с осью  $Ox$  угол:

1)  $\frac{\pi}{2}$ ; 2)  $\frac{\pi}{4}$ ; 3)  $60^\circ$ ; 4)  $\pi$ .

2. Наибольшее значение функции  $y = x^3 - 3x + 3$  на отрезке  $[-1,5; 2,5]$  достигается

1) в точке  $x = -1$ ; 2) в точке  $x = 1$ ; 3)  $x = 2,5$ ; 4)  $x = -1,5$ .

3. Область определения функции  $y = \ln|x-3|$  есть интервал:

1)  $x \in (0; \infty)$ ;

2)  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;

3)  $x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ ;

4) правильный ответ отсутствует в предыдущих вариантах.

4.  $\overline{\text{grad}} f(x, y)$  в точке  $O(1, 1)$  для  $f(x, y) = x^2 y$  есть вектор:

1)  $\overline{\text{grad}} f = 2\vec{i} + \vec{j}$ ; 2)  $\overline{\text{grad}} f = \vec{i} - 2\vec{j}$ ;

3)  $\overline{\text{grad}} f = 2\vec{i} - \vec{j}$ ; 4)  $\overline{\text{grad}} f = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ .

### Тест №4

1. При замене переменной в определенном интеграле пределы интегрирования:

- 1) изменяются;                      2) остаются постоянными;  
3) меняются местами;                4) меняют знак на противоположный.

2.  $\int \frac{\sin x dx}{\cos x}$  равен

- 1)  $-\ln|\cos x| + c$ ;    2)  $\ln|\cos x| + c$ ;  
3)  $\frac{3\cos^3 x}{2} + c$ ;    4) относится к разряду «не берущихся» интегралов.

3.  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$

- 1) расходится;                      2) сходится;  
3) не вычисляется;                4) равен 1.

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$  равен

- 1)  $\frac{2}{3}$ ;                      2)  $\frac{3}{2}$ ;                      3)  $\frac{1}{2}$ ;                      4)  $\frac{8}{3}$ .

### Ответы к тестам:

Тест 1

1.-в); 2. а); 3. д); 4. а)

Тест 2

1.-а); 2. в); 3. а); 4. а); 5. б)

Тест 3

1.-б); 2. в); 3. в); 4. а)

Тест 4

1.-а); 2. а); 3. а); 4. а)

### 7 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины а) основная литература:

1. Щипачев В.С. Высшая математика (учебник). М.: «ОНИКС». 2009.
2. Соловьёв И.А., Шевелёв В.В., Червяков А.В., Репин А.Ю. Практическое руководство к решению задач по высшей математике, Части 1 – 3, Лань. 2009.
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Том 1 и 2. «Интеграл-пресс». 2006.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшее образование. 2008.
5. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Спб.: Лань. 2005.

6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшее образование. 2008.
7. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. М.: Астрель-АСТ. 2003.
8. Иванов Б.Н. Дискретная математик. М.: Физматлит. 2007.

**б) дополнительная литература:**

1. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. М.: Физматлит. 2002.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Части 1 и 2. М.: Оникс. 2008.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. М.: Физматлит. 2001.
4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Физматлит. 2001.
5. Щипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высшая школа. 2000.

**в) программное обеспечение и Интернет ресурсы:**

Методические указания и сборники тестов для контроля усвоения знаний, созданные сотрудниками кафедры высшей математики и физики ГУЗ.

[www.fepo.ru](http://www.fepo.ru) – сайт для проведения Федерального интернет-тестирования в сфере профессионального образования,

[www.cdml.ru](http://www.cdml.ru) – сайт Центра дистанционных методов обучения ГУЗ.

**8 Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины**

Компьютерный класс, оргтехника, теле- и аудиоаппаратура (все – в стандартной комплектации для практических занятий и самостоятельной работы); доступ к сети Интернет (во время самостоятельной подготовки и на практических занятиях).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению 280700.62 – «Техносферная безопасность», профиль «Охрана природной среды и ресурсосбережение».

**Авторы:**

Государственный университет  
по землеустройству  
Заведующий кафедрой

высшей математики и физики д.ф.-м.н. профессор И.А. Соловьёв

(место работы, занимаемая должность)

(инициалы, фамилия)

доцент кафедры

высшей математики и физики к.ф.-м.н. доцент К.В. Курочкина

(место работы, занимаемая должность)

(инициалы, фамилия)

**Рецензент(ы):** профессор кафедры «Высшей математики» НИУ МЭИ,  
доктор физико-математических наук И.М. Петрушко

(место работы, занимаемая должность, инициалы, фамилия)

Документ одобрен на заседании \_\_\_\_\_  
(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Учёный совет))

От \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_

Объем дисциплины (в часах) и виды учебной работы соответствуют утвержденному РУП.

Начальник УМУ \_\_\_\_\_ Комарова В.К.

**Лист регистрации внесения изменений в рабочую программу  
по дисциплине высшая математика  
в 2012 году**

- 1 Обновлены тестовые задания,
- 2 Обновлены вопросы к экзамену и зачету.

Изменение утверждено на заседании кафедры «Высшей математики и физики».

Протокол № 7 от 01 марта 2012 г.

Разработчик рабочей программы

К.В. Курочкина

**Лист регистрации внесения изменений в рабочую программу  
по дисциплине высшая математика в 2013 году**

1 Обновлен список источников и литературы (раздел электронные ресурсы).

1) Математическая логика и теория алгоритмов для программистов учеб. пособие. Гр. Мод.В. Гринченков, С.И. Потоцкий, КноРус, М, 2010

2) Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам Д.Т. Письменный Айрис-пресс М.2008

3) Методы оптимизации [Текст]учеб. пособие. Гр. УМОВ.А. Гончаров, ЮРАЙТ: Высшее образованиеМ.2010

*\*Примечание: доступ к ЭБС «Университетская библиотека он-лайн» - на сайте ГУЗ*

*<http://cdml.ru/>*

2 Обновлены темы рефератов.

3 Изменены экзаменационные билеты.

Изменение утверждено на заседании кафедры «Высшей математики и физики».

Протокол № 6 от 23 января 2013 г.

Разработчик рабочей программы

К.В. Курочкина

**Лист регистрации внесения изменений в рабочую программу  
по дисциплине высшая математика  
в 2014 году**

1 Изменены и обновлены контрольные и тестовые задания задания для промежуточной аттестации освоения дисциплины.

2 Внесены изменения в перечень контрольных вопросов для промежуточной и итоговой аттестации освоения дисциплины

Изменение утверждено на заседании кафедры «Высшей математики и физики».

Протокол №\_8\_\_\_\_ от \_\_27 марта\_\_\_\_\_2014 г.

Разработчик рабочей программы

К.В. Курочкина