

## Лабораторная работа №

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

### 1. Цель и задачи лабораторной работы

Цель работы заключается в определении вязкости, или внутреннего трения, различных жидкостей. Задачи работы: изучение основных закономерностей ламинарного и турбулентного течений жидкостей; изучение качественных и количественных характеристик вязкости жидкостей; определение коэффициента внутреннего трения маловязких жидкостей (глицерин, касторовое масло) в условиях ламинарного течения при постоянной температуре по скорости падения в них шарика (метод Стокса).

### 2. Описание лабораторной установки

Приборы и принадлежности: вискозиметр, набор металлических шариков различного диаметра, секундомер, масштабная линейка, микрометр.

Вискозиметр для определения вязкости по методу Стокса представляет собой стеклянный цилиндрический сосуд, наполненный исследуемой жидкостью (рис.1).

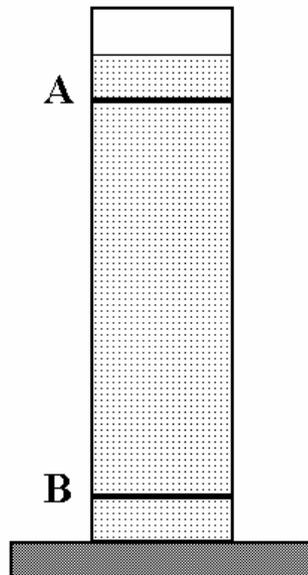


Рис. 1

Для измерения диаметра шарика используется штангенциркуль. Расстояние между рисками А и В в средней части сосуда соответствует равномерному движению шарика в вязкой жидкости. Время падения шарика между рисками А и В измеряется секундомером.

### 3. Теоретическое введение

#### 3.1. Основные уравнения механики жидкостей

Идеальной (невязкой) жидкостью называется сплошная среда, в которой вязкость отсутствует или ею можно пренебречь. В противном случае жидкость называется вязкой.

Для поддержания течения вязкой жидкости давление в различных сечениях трубки тока должно быть неодинаковым - работа сил давления должна компенсировать или превышать работу сил внутреннего трения. При стационарном течении масса жидкости, проходящей через любое поперечное сечение трубки тока за единицу времени, остается неизменной.

Трубка тока - часть жидкости, ограниченная линиями тока. Линия тока - линия, в каждой точке которой касательная к ней совпадает по направлению с вектором скорости жидкости в данный момент времени.

Жидкость не скапливается в отдельных частях трубки тока, не образует пустот и не переходит в соседние трубки тока. Это позволяет написать уравнение неразрывности для стационарного течения жидкости:

$$\rho vS = \text{const},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $v$  - модуль скорости жидкости в произвольном поперечном сечении трубки тока площадью  $S$ .

Если жидкость несжимаема, то плотность  $\rho$  во всех сечениях трубки тока одна и та же ( $\rho = \text{const}$ ) и уравнение неразрывности принимает вид:

$$vS = \text{const}.$$

Физическая величина равна объему жидкости, протекающей за единицу времени через поперечное сечение трубы, называется объемным расходом жидкости:

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Sv,$$

где  $Q_V$  - объемный расход жидкости;  $\Delta V$  - объем жидкости, протекающей за время  $\Delta t$  через сечение трубы площадью  $S$ .

Следствием закона сохранения механической энергии для стационарного течения несжимаемой невязкой жидкости по трубке тока является уравнение Бернулли:

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const},$$

где  $\rho$  - плотность жидкости,  $v$  - модуль скорости течения жидкости в сечении трубки тока, находящемся на высоте  $h$  от условно выбранного

уровня,  $p$  - давление в том же сечении трубки тока, вызванное силами упругости жидкости.

Для горизонтальной трубки тока ( $h = \text{const}$ ) уравнение Бернулли упрощается:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}.$$

Уравнение Бернулли позволяет получить формулу для нахождения скорости течения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$v = \sqrt{2g\Delta h},$$

где  $\Delta h$  - глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде. Последнее уравнение получило название формулы Торричелли.

Переходя от рассмотрения идеальных жидкостей к реальным, необходимо отметить, что возникновение сопротивления, обусловленного вязкостью жидкости, существенно зависит от вида течения жидкости. Различают два вида течения жидкостей: ламинарное и турбулентное.

**Ламинарное течение** (от лат. *lamina* - пластина, полоска) - упорядоченное течение жидкости, при котором она перемещается как бы слоями, параллельными направлению течения. Ламинарное течение наблюдается или у очень вязких жидкостей, или при течении, происходящем с достаточно малой скоростью, а также при медленном обтекании жидкостью тел. В частности, ламинарные течения имеют место в узких (капиллярных) трубках, в слое смазки в подшипниках, в тонком пограничном слое, образующемся вблизи поверхности тел при обтекании их жидкостью и др. С увеличением скорости движения данной жидкости ламинарное течение в некоторый момент времени переходит в турбулентное течение.

**Турбулентное течение** (от лат. *turbulentus* - бурный, беспорядочный) - форма течения жидкости, при которой частицы жидкости совершают неустановившиеся движения по сложным траекториям, что приводит к интенсивному перемешиванию между слоями жидкости. Наиболее детально изучены турбулентные течения в трубах, каналах, пограничных слоях около обтекаемых жидкостью твердых тел, а также так называемые свободные турбулентные течения - струи, следы за движущимися относительно жидкости твердыми телами и зоны перемешивания между потоками разной скорости, не разделенными какими-либо твердыми телами.

Вид течения жидкости определяет все его свойства, в частности структуру потока, профиль скоростей, закон сопротивления. Рассмотрим ламинарное течение жидкости в цилиндрической трубе. Молекулы жидкости, непосредственно соприкасающиеся с трубой, вследствие притяжения молекулами трубы прилипают и остаются неподвижными. Все же остальные молекулы движутся и с тем большей скоростью, чем больше их рас-

стояние от стенок (рис, 2 а). Профиль усредненной скорости турбулентного течения в трубах или каналах отличается от параболического профиля соответствующего ламинарного течения более быстрым возрастанием скорости у стенок с меньшей кривизной в центральной части течения.

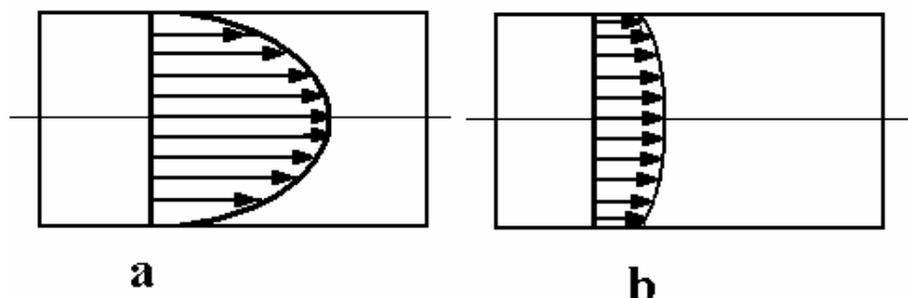


Рис.2. Профиль усредненной скорости в трубе: а - при ламинарном течении жидкости; б - при турбулентном течении жидкости

**Вязкостью или внутренним трением** в качественном смысле называется свойство текучих тел (жидкостей или газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

Возникновение сопротивления, обусловленного вязкостью жидкости, объясняется следующим образом. Представим себе две пластинки, разделенные плоскопараллельным слоем жидкости (рис. 3).

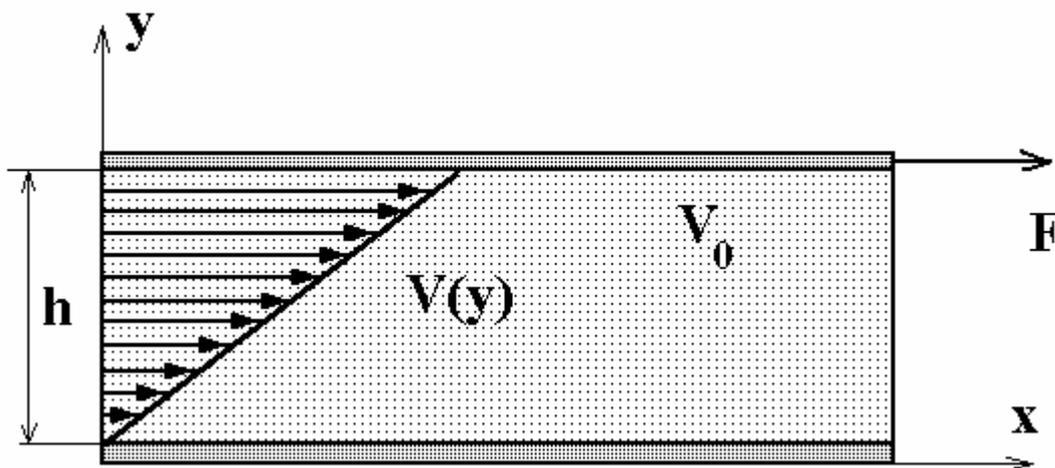


Рис. 3. Схема вязкого течения слоя жидкости высотой  $h$ , заключенного между двумя твердыми пластинками, из которых нижняя неподвижна, а верхняя под действием тангенциальной силы  $F$  движется с постоянной скоростью  $v_0$ ;  $v(y)$  - зависимость скорости слоя от расстояния  $y$  до неподвижной пластины.

Рассмотрим, что произойдет, если начать перемещать верхнюю пластинку относительно нижней в направлении, указанном стрелкой. Мысленно разобьем жидкость на тончайшие слои. Молекулы жидкости, ближайшие к верхней пластинке, прилипают к ней и в силу этого начинают перемещаться вместе с пластинкой с той же скоростью. Эти молекулы в свою

очередь увлекают молекулы следующего слоя и т. д. Слой молекул, непосредственно прилегающий к нижней неподвижной пластинке, остается в покое, а остальные слои перемещаются, скользя друг по другу со скоростями тем большими, чем больше их расстояние от нижнего слоя.

Вязкость жидкости проявляется в возникновении силы, препятствующей относительному сдвигу соприкасающихся слоев жидкости, а следовательно, и сдвигу пластинок относительно друг друга. Величина сопротивления, обусловленного вязкостью жидкости, зависит от разности скоростей между ее слоями и расстояния между ними. Чем больше меняется скорость жидкости при переходе от слоя к слою, тем больше величина вязкого сопротивления. Чтобы охарактеризовать величину изменения скорости, измерим разность скоростей  $\Delta v = v_1 - v_2$  двух слоев жидкости и расстояние  $\Delta y$  между этими слоями, отсчитываемое по нормали к направлению скорости (см. рис. 3). Предел отношения этих двух величин

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{dv}{dy}$$

называется градиентом скорости. Если конфигурация поверхностей такова, что скорость слоя пропорциональна нормальной координате  $v(y) = ky$ , то

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v}{\Delta y} = k$$

т. е. градиент скорости численно равен изменению скорости, приходящемуся на единицу длины (толщины) слоя в направлении градиента. Этот случай имеет место между параллельными плоскостями.

Основной закон вязкого течения был установлен И. Ньютоном в 1687 г. При ламинарном течении модуль силы внутреннего трения пропорционален градиенту скорости:

$$F = \eta S \frac{dv}{dy}$$

или

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

где  $F$  - абсолютное значение силы внутреннего трения,  $S$  - площадь поверхности скользящих друг по другу слоев. Величина  $\tau = F/S$  называется касательным напряжением;  $\eta$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от природы жидкости, называемый коэффициентом внутреннего трения или динамической вязкостью (а часто и просто вязкостью).

В СИ единица динамической вязкости выражается в  $H \cdot c / m^2$  или  $Pa \cdot c$  (паскаль-секунда).

Вязкость жидкостей зависит существенно от ее природы и температуры; с повышением температуры она резко уменьшается. Так, например, вязкость касторового масла при изменении температуры от 18 до 40°C падает почти в четыре раза.

### 3.2. Вывод расчетной формулы

Существует ряд методов определения коэффициента внутреннего трения. Один из них, используемый в данной работе, основан на том, что твердое тело при движении в жидкости испытывает сопротивление. Это объясняется тем, что вследствие молекулярного взаимодействия поверхность тела обволакивается частицами жидкости, образующими пленку. Эта пленка движется вместе с телом и испытывает трение о соседний слой жидкости, что и тормозит движение тела. Таким образом, сопротивление возникает в результате внутреннего трения между пленкой жидкости, прилипшей к телу, и соседним слоем.

Д. Стокс в 1851 г., исследуя падение небольших тел сферической формы в жидкостях, установил закон, определяющий силу сопротивления  $F_c$ , испытываемую твердым шариком при его медленном поступательном движении в неограниченной вязкой жидкости:

$$F_c = 6\pi\eta v$$

где  $\eta$  - коэффициент динамической вязкости жидкости;  $r$  - радиус шарика,  $v$  - скорость шарика.

На шарик, свободно падающий в жидкости (рис. 4), действуют сила тяжести  $P$ , выталкивающая сила (сила Архимеда)  $F_A$  и сила вязкого сопротивления  $F_c$ , эмпирически установленная Стоксом:

$$P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g; F_c = 6\pi\eta v; F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g.$$

Здесь  $m$  - масса шарика,  $\rho$  и  $\rho_0$  - плотности шарика и жидкости,  $r$  - радиус шарика,  $v$  - скорость падения шарика,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\eta$  - коэффициент динамической вязкости жидкости

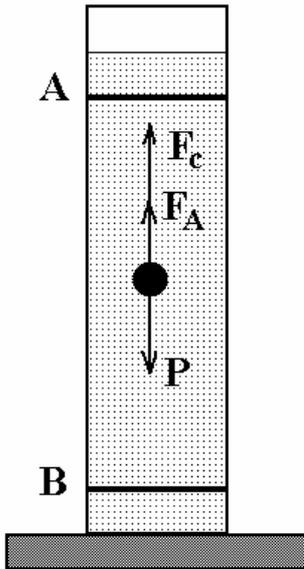


Рис. 4. Схема, показывающая действие сил на свободно падающий в жидкости шарик

Движение шарика, падающего в вязкой жидкости, лишь в первое время будет ускоренным. С возрастанием скорости возрастает сила вязкого сопротивления и с некоторого момента времени движение можно считать равномерным, т. е. справедливо равенство

$$P = F_A + F_c$$

или

$$6\pi\eta v = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho - \rho_0)$$

откуда

$$\eta = \frac{2gr^2}{9v}(\rho - \rho_0).$$

Для средней части сосуда, ограниченной рисками А и В (см. рис. 1), где движение равномерное, скорость равна  $v = l/t$  где  $l$  - расстояние,  $t$  - время падения шарика между рисками А и В. Подставляя значение скорости в уравнение (4) и учитывая, что диаметр шарика  $d = 2r$ , получим

$$\eta = \frac{gd^2t}{18l}(\rho - \rho_0).$$

#### 4. Порядок выполнения измерений

2. Измерьте расстояние  $l$  между кольцами А и В на цилиндре масштабной линейкой.
3. Измерьте с помощью штангенциркуля диаметр  $d$  шарика.

4. Определите время равномерного падения шарика  $l$ . Для этого опустите шарик в цилиндр; быстро расположите глаза на уровне верхнего кольца А (при этом кольцо должно слиться в прямую линию) и в момент прохождения шарика мимо кольца включите секундомер. К этому времени движение шарика уже будет равномерным. В момент прохождения шарика мимо нижнего кольца В выключите секундомер и запишите время  $t$  падения шарика.
5. Проведите опыт с пятью шариками. Запишите все данные в таблицу.
6. Все результаты измерений запишите в таблицу. Плотности шарика и жидкости имеются у лаборанта.

$\rho =$ кг/м <sup>3</sup> ;		$\rho_0 =$ кг/м <sup>3</sup>	
№	d (мм)	T (с)	$\eta$ (Па·с)
1			
2			
3			
4			
5			
$\langle \eta \rangle =$			

### 5. Порядок выполнения расчетов

1. По формуле (6) вычислите значения коэффициентов внутреннего трения жидкостей  $\eta$  в каждом из пяти опытов и занесите их в таблицу.
2. По результатам пяти измерений определите среднеарифметическое значение коэффициента внутреннего трения  $\langle \eta \rangle$  для исследуемой жидкости.

### 7. Указания по технике безопасности

1. Во избежание опрокидывания стеклянного цилиндра с маслом категорически запрещается переносить установку в другое место.
2. Будьте аккуратны в обращении с секундомером.

### 7. Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте ламинарное и турбулентное движения жидкостей.
2. Дайте определение градиента скорости.
3. Напишите и сформулируйте закон Ньютона для определения силы внутреннего трения при ламинарном течении жидкости.
4. Каков физический смысл коэффициента внутреннего трения  $\eta$ . От чего он зависит и в каких единицах измеряется в СИ?
5. Как возникает сила сопротивления, действующая на движущийся в жидкости шарик?
6. Напишите формулу Стокса и сформулируйте область ее применения.
7. Какие силы действуют в жидкости на падающий шарик? Чему равна каждая из этих сил? Как движется шарик в жидкости, начиная с ее поверхности?