

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

**Цель работы:** измерить длину световой волны, пропускаемой светофильтром и определить разрешающую способность дифракционной решетки.

**Приборы и принадлежности:** источник света, щелевая диафрагма, дифракционная решетка, светофильтры, оптическая скамья с мерной линейкой, экран с отсчетной шкалой.

#### Введение

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути. Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д.

Расчет распределения интенсивности света на экране, производится с помощью основного принципа волновой оптики - принципа Гюйгенса-Френеля. В его рамках оперируют с такими понятиями как волновая поверхность, волновой фронт, световой луч и т.д.

Волновой поверхностью (ВП) называется геометрическое место точек, в которых в данный момент времени фаза колебаний одинакова. Направление светового луча совпадает с направлением распространения волн. В однородной изотропной среде лучи всегда нормальны к ВП. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к данному моменту времени, называется волновым фронтом. Волновых поверхностей можно провести бесконечное множество, а волновой фронт в каждый момент один. Если фронт волны представляет собой сферу, то волна называется сферической, если плоскость - плоской, если цилиндрическую поверхность - цилиндрической волной.

Согласно принципу Гюйгенса каждая точка среды, до которой дошло колебание, сама становится источником вторичных волн той же частоты. Огибающая этих вторичных волн дает положение нового волнового фронта, каждая его точка становится в свою очередь источником новых вторичных волн и т.д.

На рис. 1 в качестве примера применения принципа Гюйгенса показано падение плоской волны на преграду с отверстием. Из рисунка видно, что у границ отверстия происходит загибание волнового фронта, т.е. волна проникает в область геометрической тени, огибая края преграды.

Принцип Гюйгенса позволяет качественно объяснить явление дифракции, но не позволяет рассчитать распределение интенсивности дифрагированных лучей. Френель развил и дополнил принцип Гюйгенса, указав, что в точке наблюдения следует проводить сложение всех вторичных волн с учетом разности их хода до точки наблюдения. Иными словами, следует рассчитывать результат интерференции бесконечного числа вторичных волн, пришедших в точку наблюдения.

Для расчета интенсивности света в результате интерференции Френель предложил разбить ВП на т.н. зоны Френеля - такие участки поверхности, имеющие одинаковые площади, расстояние от которых до точки наблюдения будет отличаться от зоны к зоне на  $\lambda/2$ . Тогда световые возмущения, пришедшие в точку наблюдения от соседних зон будут находиться в противофазе, т.к. разность фаз  $\delta$  и разность хода  $\Delta$  связаны друг с другом соотношением

$$\delta = 2\pi\Delta/\lambda.$$

На рис. 2 показано разбиение на зоны Френеля волновой поверхности сферической волны (S - источник света, Р - точка наблюдения).

Дифракция от сферического фронта называется дифракцией Френеля. Дифракция от плоского фронта называется дифракцией Фраунгофера.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на узкой прямоугольной щели и применим принцип Гюйгенса-Френеля для анализа возникающей в этом случае дифракционной картины.

Пусть плоская монохроматическая волна падает на длинную узкую прямоугольную щель в непрозрачном экране (рис. 3). Ширина щели  $a$ . За щелью помещен экран. Чтобы наблюдать интерференцию параллельных лучей, надо свести их в одну точку экрана. Для этого между щелью и экраном располагают собирающую линзу так, чтобы экран оказался в ее фокальной плоскости. Линза не вносит дополнительной разности хода для лучей, проходящих через нее.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, освещенную щель можно рассматривать как бесконечное множество вторичных точечных источников света, каждый из которых "излучает" цилиндрическую волну. Лучи света идут от каждой точки щели по всем возможным

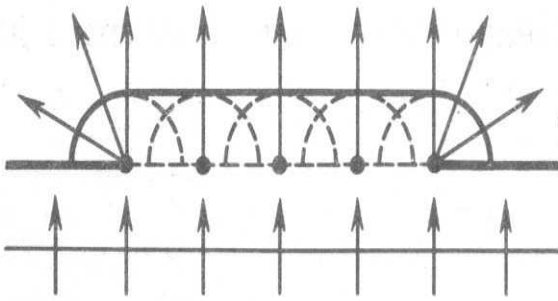


Рис. 1: Принцип Гюйгенса и объяснение затекания света в область геометрической тени

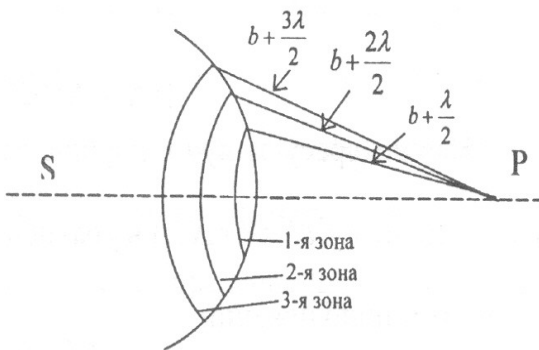


Рис. 2: Зоны Френеля в случае сферической волны

направлениям.

Из всех возможных направлений распространения выберем одно, под углом  $\varphi$  относительно нормали к плоскости щели. Воспользуемся методом зон Френеля. Для этого разобьем открытую часть фронта волны на зоны Френеля параллельными плоскостями, отстоящими друг от друга на  $\lambda/2$  и перпендикулярными к направлению лучей. Площади зон в этом случае будут одинаковыми. Тогда световые возмущения, пришедшие в точку наблюдения от соседних зон, будут находиться в противофазе и будут полностью гасить друг друга.

Амплитуда результирующего колебания будет зависеть от того, четное или нечетное число зон Френеля помещается на открытой части волнового фронта. Если число зон четное (как на рис. 3), то в результате взаимного погашения световых колебаний, выходящих из каждой пары соседних зон, будет наблюдаться минимум. В случае нечетного числа зон световые колебания от одной из зон останутся непогашенными и на экране будет наблюдаться светлая полоса.

Таким образом, если на отрезке длиной  $\Delta = a \sin \varphi$ , определяющем

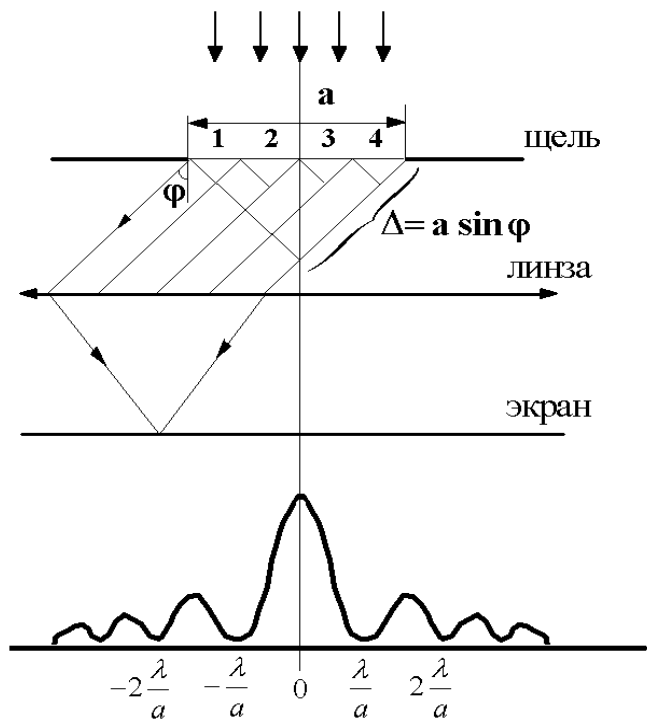


Рис. 3: Дифракция Фраунгофера на щели

разность хода волн, идущих от противоположных краев щели, укладывается нечетное число зон Френеля

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

уравнение (1) будет являться условием образования интерференционного (дифракционного) максимума под углом дифракции  $\varphi$ . Условием формирования дифракционного минимума в точке наблюдения является равенство

$$a \sin \varphi = 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (2)$$

Заметим, что расположение максимумов и минимумов (в фокальной плоскости линзы) зависит от длины волны света. Распределение освещенности на экране, полученное вследствие дифракции световой волны, называется дифракционным спектром.

Рассмотрим дифракцию плоской волны от двух и более щелей (см. рис. 4). Для нахождения дифракционного спектра от двух и более параллельных щелей необходимо учесть не только взаимную интерференцию лучей, выходящих из одной щели, но и интерференцию лучей, пришедших в данную точку экрана из различных щелей.

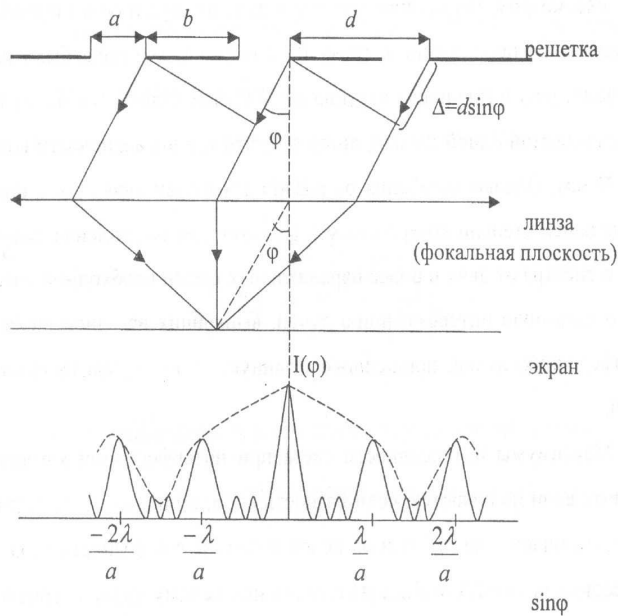


Рис. 4: Дифракция Фраунгофера на решетке

Максимумы интенсивности света при интерференции когерентных световых волн получаются, если разность фаз волн, пришедших из подобных точек различных щелей отличается на  $2\pi$  или на целое кратное  $2\pi$ , т.е. разность хода подобных лучей (отстоящих на одинаковое расстояние от краев щелей) от соседних щелей ( $\Delta = d \sin \varphi$ ) равна  $\lambda$  или целому кратному  $\lambda$ . Поэтому условие

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (3)$$

где  $d$  - расстояние между соответствующими краями двух соседних щелей, определяет местонахождение максимумов света (их называют главными дифракционными максимумами). Дополнительные максимумы в распределении интенсивности света на экране на рис. 4 связаны с рассмотренной выше дифракцией света на отдельных щелях.

Формула (3) является рабочей формулой в данной работе. По ней определяется длина волны излучения.

Совокупность  $N$  одинаковых щелей шириной  $a$ , разделенных непрозрачными промежутками  $b$  (рис. 4), называют дифракционной решеткой. Величина  $d=a+b$  называется периодом решетки. Решетки изготавливаются путем нанесения штрихов на прозрачную пластинку резцом специальной делительной машины.

Число  $k$  определяет порядок спектра. Если источник излучает белый

свет, то спектр получается окрашенным. Так как длина волны красных лучей больше, чем фиолетовых, то фиолетовые лучи будут расположены ближе к дифракционному максимуму нулевого порядка, чем красные.

## Приборы и методы измерений

В данной работе используются светофильтры. Светофильтры представляют собой прозрачные среды. Прозрачной называют такую среду, которая пропускает свет без поглощения. Если среда пропускает все волны видимого света, то такая среда будет бесцветной. Окрашенной среда будет в том случае, если она поглощает некоторые лучи видимого спектра. Например, красное стекло пропускает красные лучи и поглощает все остальные. Поглощение инфракрасных и ультрафиолетовых лучей не изменяет прозрачности и бесцветности среды. Прозрачное и бесцветное стекло поглощает ультрафиолетовые лучи. Прозрачная и бесцветная вода поглощает инфракрасные лучи.

Избирательным поглощением называется свойство прозрачных сред поглощать лучи определенной длины волны и не поглощать остальные. Среда, обладающая избирательным поглощением, применяется в качестве светофильтров. Светофильтры - это твердые или жидкие среды, обладающие избирательным поглощением. Назначение светофильтров - поглощать отдельные участки спектра и пропускать другие. Набор светофильтров дает возможность исследовать любые области спектра.

Светофильтры применяются в аэрофотосъемке. Свет, рассеянный неоднородностями (уплотнения воздуха, пыль, туман), создает дымку, которая при фотографировании удаленных ландшафтов снижает контраст объекта и фона. При большой дымке детали трудно различимы, на негативе получается вуаль, закрывающая объект.

По закону Рэлея для частиц, размеры которых малы по сравнению с длиной волны света, интенсивность  $I$  рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны  $\lambda$ . Например, для красного и фиолетового цвета

$$\frac{I_v}{I_{red}} = \frac{\lambda_{red}^4}{\lambda_v^4}.$$

Именно молекулярным расстоянием объясняется голубой цвет неба.

Светофильтр, поставленный перед объектом, поглощает рассеянные синие и фиолетовые лучи, не идущие на образование изображения. В

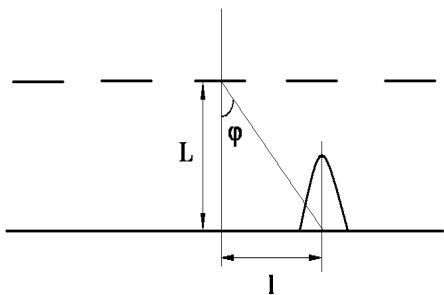


Рис. 5: К определению угла дифракции

аэрофотоснимке для устранения влияния дымки используют желтые, оранжевые светофильтры и в некоторых случаях красные.

Имея дифракционную решетку, длину волны  $\lambda$  света, пропускаемого светофильтром, можно определить, исходя из формулы (3), измерив порядок спектра  $k$  и зная постоянную решетки  $d$ . Для определения угла, под которым формируется главный дифракционный максимум, измеряют расстояние  $l$  данного спектра от нулевого и расстояние  $L$  от экрана до дифракционной решетки (рис. 5). Зависимость между  $L$ ,  $l$  и  $\varphi$  определяется формулой

$$l/L = \operatorname{tg} \varphi. \quad (4)$$

По этой формуле вычисляется тангенс угла, затем по таблице находят соответствующий синус и, подставив его в формулу дифракционной решетки (3), определяют длину волны света  $\lambda$ .

Основными характеристиками любого спектрального прибора (в том числе и дифракционной решетки) являются дисперсия и разрешающая сила. Различают угловую и линейную дисперсию. Угловой дисперсией  $D_\varphi$  называется величина, численно равная отношению углового расстояния  $\delta\varphi$  между двумя близкими спектральными линиями к разности  $\delta\lambda$  длин волн этих спектральных линий:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}.$$

Чтобы найти зависимость угловой дисперсии дифракционной решетки от ее конструктивных параметров, продифференцируем слева по  $\varphi$ , а справа по  $\lambda$  выражение (3):

$$d \cos \varphi d\varphi = kd\lambda.$$

Заменяя дифференциалы малыми изменениями, обозначаемыми буквой  $\delta$ , получим:

$$d \cos \varphi \delta\varphi = k\delta\lambda,$$

откуда

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

При малых углах  $\cos \varphi \approx 1$  и

$$D_\varphi = \frac{k}{d}.$$

Таким образом, угловая дисперсия дифракционной решетки тем больше, чем выше порядок спектра  $k$  и меньше период  $d$  решетки.

Линейной дисперсией  $D_l$  называется величина, численно равная отношению расстояния  $\delta l$  на экране между близкими спектральными линиями к разности  $\delta\lambda$  длин волн этих линий:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

Из рис. 6 следует, что при малых  $\varphi$ ,  $l \approx f\varphi$ , а  $dl \approx fd\varphi$ . Тогда

$$D_l = f \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

или

$$D_l = f D_\varphi.$$

При малых  $\varphi$

$$D_l = f \frac{k}{d}. \quad (5)$$

Разрешающей силой  $R$  спектрального прибора называется величина, численно равная отношению длины волны  $\lambda$  к минимальной разности длин волн  $\delta\lambda$  двух спектральных линий, при которой еще возможно их раздельное восприятие глазом:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

Возможность разрешения (т.е. раздельного восприятия) двух близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними, но и от ширины спектрального максимума.

Рэлей предложил считать спектральные линии полностью разрешимыми, если середина одного максимума совпадает с краем другого максимума (рис. 7). Можно показать, что разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = kN, \quad (6)$$

где  $N$  - общее число штрихов решетки, а  $k$ - порядок спектра.



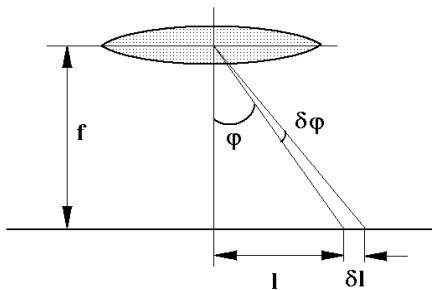


Рис. 6: К расчету линейной дисперсии

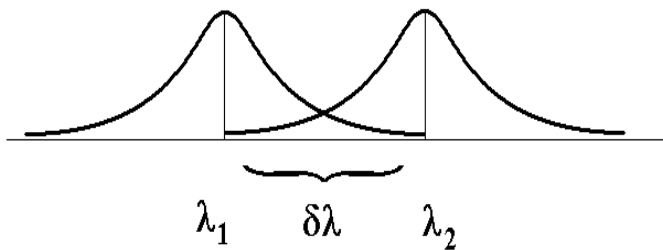


Рис. 7: Рэлеевский критерий разрешимости спектральных линий

### Порядок выполнения работы

1. В качестве источника света взять щель в экране, освещенную электрической лампочкой.
2. Установить расстояние  $L=25$  см от источника света до дифракционной решетки, расположенной на подставке.
3. Определить границы видимого спектра, для чего наблюдая в щель сквозь дифракционную решетку, сделать отсчеты  $l_{red}$  и  $l_v$ , соответствующие серединам красной и фиолетовой линий порядка  $k = 1$  вправо и влево от щели. Результаты записать в таблицу 1.
4. Приложив к решетке красный светофильтр, определить  $l$  для трех порядков спектров слева и справа от нулевого. Результаты записать в таблицу 2.
5. Аналогичные действия проделать с желтым светофильтром. Результаты записать в таблицу 3.

### Обработка результатов измерений

1. Вычислить  $\text{tg } \varphi$  по формуле (4). Найти соответствующие синусы и, подставив их в формулу (3), вычислить длину волны красного и фиолетового света для  $k = 1$ . Результаты записать в таблицу 1.

**Таблица 1**

$l'_{red}$ справа	$l''_{red}$ слева	$l_{red}$ среднее	$\sin \varphi$	$\lambda_{red}$
$l'_v$ справа	$l''_v$ слева	$l_v$ среднее	$\sin \varphi$	$\lambda_v$

2. Взять значения  $l'_{red}$  и  $l'_v$ ,  $l''_{red}$  и  $l''_v$  из таблицы 1 и найти ширину спектра  $\delta l$  первого порядка ( $k = 1$ ) по формуле

$$\Delta l = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{2}$$

где  $\Delta l_1 = l'_{red} - l'_v$  и  $\Delta l_2 = l''_{red} - l''_v$ .

3. Вычислить  $\sin \varphi$  и длину волны  $\lambda_{red}$  для спектров первого, второго и третьего порядка, взять среднее. Результат занести в таблицу 2.

**Таблица 2**

k	l справа	l слева	l среднее	$\sin \varphi$	$\lambda_{red}$
1					
2					
3					

4. Аналогично определить длину волны света, пропускаемого желтым светофильтром. Результаты внести в таблицу 3.

**Таблица 3**

k	l справа	l слева	l среднее	$\sin \varphi$	$\lambda_{red}$
1					
2					
3					

5. Вычислить линейную дисперсию D по формуле (5) для  $k = 1, 2, 3$  где  $f=25$  см - расстояние наилучшего зрения, а  $d$  - постоянная решетки.

6. Найти разрешающую способность R дифракционной решетки по формуле (6).

## Вопросы

1. Что называется дифракцией света и каковы условия ее наблюдения?
2. Чем отличается дифракция Френеля от дифракции Фраунгофера?
3. Зачем при наблюдении дифракции параллельных лучей используют линзу?
4. Как устроена дифракционная решетка? Назовите ее конструктивные параметры
5. Сформулируйте принцип Гюйгенса. Как Френель дополнил принцип Гюйгенса?
6. В каких направлениях согласно принципу Гюйгенса идут лучи от каждой точки щели дифракционной решетки?
7. Какие лучи интерферируют в некоторой точке фокальной плоскости линзы?
8. Дать вывод условия формирования главных максимумов дифракционной решетки.
9. Почему дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр?
10. Что называется угловой дисперсией дифракционной решетки? Какое свойство решетки она характеризует? Как она связана с конструктивными параметрами решетки?
6. Что называется разрешающей способностью дифракционной решетки? Какое свойство решетки она характеризует? От каких параметров решетки и как она зависит?

## Литература

1. И. В. Савельев, Курс общей физики, т. 2, 1988, § 125-130.
2. Т. И. Трофимова, Курс физики, 1985, § 177-181.
3. Н. П. Калашников, М. А. Смондырев, т. 2, 2003, § 25.1-25.5.