

Изучение распределения магнитного поля вдоль оси соленоида

1. Введение.

Источником и объектом действия магнитного поля являются движущиеся заряды (электрические токи). Покоящиеся заряды магнитного поля не создают и на них магнитное поле не действует.

Сила, действующая на движущийся в магнитном поле точечный заряд, выражается формулой

$$F_m = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (1)$$

где вектор \vec{B} не зависит от величины заряда q и от скорости \vec{v} его движения. Он характеризует только магнитное поле, в котором движется заряд, и называется *магнитной индукцией*. Сила \vec{F}_m перпендикулярна как скорости \vec{v} , так и индукции \vec{B} (для положительного заряда направление силы определяется правилом правого винта), а ее величина пропорциональна синусу угла между этими векторами. Когда векторы \vec{B} и \vec{v} коллинеарны, сила \vec{F}_m обращается в нуль.

На элемент объема dV проводника с током плотностью \vec{j} в магнитном поле действует сила

$$d\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} \cdot dV, \quad (2)$$

называемая *силой Ампера*. Если ток течет по тонкому проводу, то $\vec{j} \cdot dV = I \cdot d\vec{l}$, где I – сила тока в проводе, а $d\vec{l}$ – элемент его длины, причем направление вектора $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока. Сила Ампера, действующая на линейный элемент тока, равна

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (3)$$

Сила, действующая на провод конечной длины, находится интегрированием выражения (3) по всей длине провода.

Индукция магнитного поля равномерно движущегося заряда вычисляется как

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (4)$$

где $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке, в которой определяется магнитная индукция. Формула (4) применима лишь для скоростей v много меньших скорости света.

Для магнитного поля справедлив *принцип суперпозиции*, согласно которому магнитные индукции полей отдельных зарядов векторно складываются, т.е. каждый заряд возбуждает магнитное поле, совершенно не зависящее от других зарядов.

Закон, описывающий порождение магнитного поля элементом тока, называется *законом Био – Савара*. Для объемных токов он выражается формулой:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^3} \cdot dV, \quad (5)$$

а для линейных токов:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) верны лишь для постоянных токов. Индукция магнитного поля, создаваемого всеми элементами тока находится интегрированием этих выражений. Для замкнутого линейного тока имеем

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (7)$$

Воспользуемся формулой (7) для вычисления магнитной индукции на оси кругового тока (рис.1).

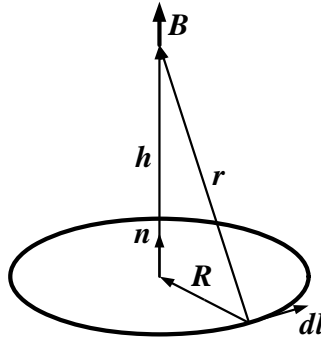


Рис.1

Представим радиус-вектор \vec{r} как $\vec{r} = \vec{R} + \vec{h}$. При интегрировании его модуль $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ не изменяется, поэтому

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \left(\oint d\vec{l} \times \vec{R} + \oint d\vec{l} \times \vec{h} \right). \quad (8)$$

Поскольку \vec{h} – постоянный вектор, то $\oint d\vec{l} \times \vec{h} = \left(\oint d\vec{l} \right) \times \vec{h} = 0$, так как $\oint d\vec{l} = 0$. Первый интеграл в (8) вычисляется следующим образом:

$$\oint d\vec{l} \times \vec{R} = \oint \vec{n} \cdot R \cdot dl = \vec{n} \cdot R \cdot \oint dl = \vec{n} \cdot R \cdot 2\pi R, \quad (9)$$

где \vec{n} – единичный вектор, перпендикулярный плоскости, в которой находится круговой ток, а его направление связано с направлением тока правилом правого винта. Таким образом

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \cdot \vec{n}. \quad (10)$$

Найдем теперь индукцию магнитного поля на оси прямого круглого соленооида (катушки) радиуса R и длиной L , содержащего N витков тонкого провода, плотно прилегающих друг к другу, если по виткам течет ток силой I . На рис.2 показано сечение соленооида.

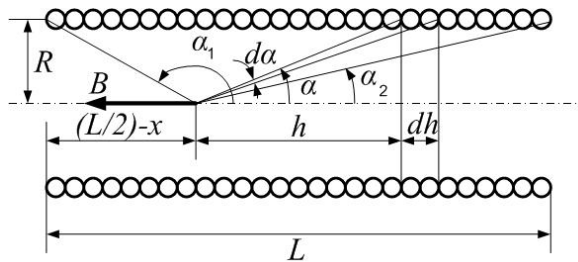


Рис.2

Каждый виток создает поле, индукция которого на оси соленооида определяется в соответствии с формулой (10). Плотность намотки равна N/L . На малый участок соленооида длиной dh приходится $(N/L) \cdot dh$ витков, индукция магнитного поля которых на расстоянии h от них вычисляется как

$$d\vec{B} = \vec{n} \cdot \frac{\mu_0 NI}{2L} \cdot \frac{R^2 dh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

Так как $h = R/\operatorname{tg} \alpha$ и $\sqrt{R^2 + h^2} = R/\sin \alpha$, то $dh = -R \cdot d\alpha / \sin^2 \alpha$ и

$$d\vec{B} = -\vec{n} \cdot \frac{\mu_0 NI}{2L} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \vec{n} \cdot \frac{\mu_0 NI}{2L} \cdot d(\cos \alpha). \quad (12)$$

В пределах соленооида угол α изменяется от α_1 до α_2 , так что магнитная индукция внутри соленооида на его оси равна

$$\vec{B} = \vec{n} \cdot \frac{\mu_0 NI}{2L} \cdot (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1), \quad (13)$$

где

$$\cos \alpha_1 = -\frac{(L/2) - x}{\sqrt{R^2 + [(L/2) - x]^2}}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{(L/2) + x}{\sqrt{R^2 + [(L/2) + x]^2}}, \quad (14)$$

а x – координата, отсчитанная от центра соленоида. Таким образом, величина индукции магнитного поля соленоида в точке с координатой x на его оси равна

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2L} \cdot \left\{ \frac{(L/2) + x}{\sqrt{R^2 + [(L/2) + x]^2}} + \frac{(L/2) - x}{\sqrt{R^2 + [(L/2) - x]^2}} \right\}. \quad (15)$$

В середине соленоида ($x = 0$) магнитная индукция достигает максимального значения

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 NI}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (2R/L)^2}}. \quad (16)$$

На рис.3 представлен график распределения магнитного поля вдоль оси соленоида. По оси ординат отложено отношение величины индукции поля B к ее величине B_∞ в соленоиде бесконечно большой длины. Для бесконечно длинного соленоида $\alpha_1 = \pi$, а $\alpha_2 = 0$ и, следовательно,

$$B_\infty = \frac{\mu_0 NI}{L}. \quad (17)$$

По оси абсцисс отложена координата x , отнесенная к радиусу R соленоида. График построен для соленоида, длина которого в четыре раза больше его радиуса ($L = 4R$).

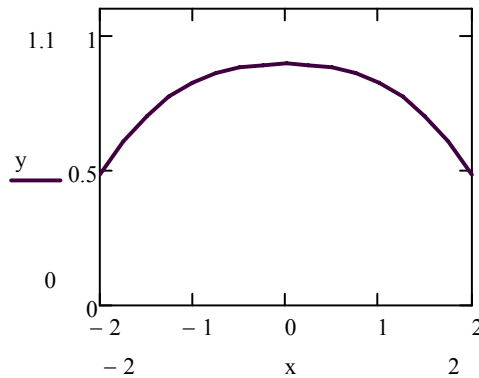


Рис.3

В центре соленоида индукция магнитного поля весьма близка к значению (17) и почти не меняется, пока расстояние до ближайшего конца соленоида остается больше его радиуса. На концах соленоида индукция поля примерно в два раза меньше, чем в середине.

Целью настоящей лабораторной работы является экспериментальная проверка распределения магнитного поля вдоль оси соленоида. Для измерения магнитной индукции используется датчик Холла. Наряду с этим определяется концентрация носителей тока в датчике Холла.

2. Измерение магнитной индукции с помощью датчика Холла.

Датчик Холла представляет собой прямоугольную пластинку, вдоль которой течет ток с плотностью \vec{j} (рис.4).

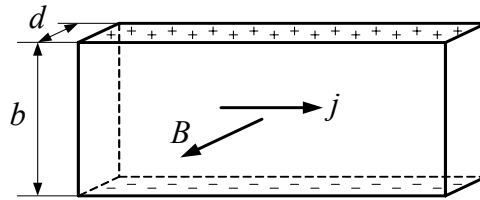


Рис.4

В магнитном поле с индукцией \vec{B} , направленной перпендикулярно вектору \vec{j} , на носители тока действует сила Лоренца (1), под действием которой заряды стремятся сместиться в направлении силы. В результате на соответствующей грани пластинки образуется избыток зарядов того же знака, что и знак зарядов, осуществляющих ток, а на противоположной грани – избыток зарядов противоположного знака. Ситуация, изображенная на рис.4, соответствует отрицательно заряженным носителям тока. Между противоположно заряженными гранями возникает разность потенциалов и такое электрическое поле \vec{E} , которое нейтрализует действие магнитного поля. В установившемся состоянии сила, действующая на носители тока с зарядом e со стороны электрического поля, равна по величине силе Лоренца:

$$eE = evB . \quad (18)$$

Следовательно, поперечная разность потенциалов равна

$$U = Eb = vBb , \quad (19)$$

где b – ширина пластинки. Возникновение поперечной разности потенциалов в проводнике с током в магнитном поле называется *эффе́ктом Холла*. Среднюю скорость v носителей тока можно выразить через плотность тока j , так как

$$j = nev , \quad (20)$$

где n – концентрация носителей тока. С учетом (20) выражение (19) принимает вид

$$U = RjBb , \quad (21)$$

где $R = 1/ne$ – *постоянная Холла*. Принимая во внимание, что сила тока в пластине $i = jS$, где $S = bd$ – площадь поперечного сечения, а d – толщина пластины, перепишем (21) в виде

$$U = R \cdot \frac{iB}{d} . \quad (22)$$

Таким образом, при заданной силе тока холловская разность потенциалов пропорциональна индукции магнитного поля. На этом и основан метод измерения магнитной индукции датчиком Холла.

Эффект Холла используется также для определения концентрации носителей тока. Так из (22) с учетом того, что $R = 1/ne$, имеем

$$n = \frac{iB}{eUd} . \quad (23)$$

Как показывают измерения, у металлов концентрация носителей тока (электронов) оказывается примерно равна концентрации атомов. Обычно у металлов концентрация атомов, а следовательно, и свободных электронов близка к $n \sim 10^{28} \text{ м}^{-3}$. Концентрация носителей тока в полупроводниках изменяется в широких пределах от 10^{19} до 10^{25} м^{-3} . Не всегда, однако, знак холловской разности потенциалов соответствует тому, что носителями тока в металлах и полупроводниках являются отрицательно заряженные электроны. В этом случае эффект Холла называется *аномальным*. Аномальный эффект Холла получил объяснение лишь в квантовой теории металлов.

3. Экспериментальная установка.

Основной частью установки является кассета [1] с соленоидом, вдоль оси которого может перемещаться шток [2] с датчиком Холла (рис.5). На штоке через 10 мм нанесены деления, с

помощью которых ведется отсчет перемещения датчика Холла. На передней панели кассеты имеются два гнезда [3], к которым подключается вольтметр для измерения холловской разности потенциалов, и разъем [4], через который подается питание на соленоид и датчик Холла от источника постоянного тока [5].

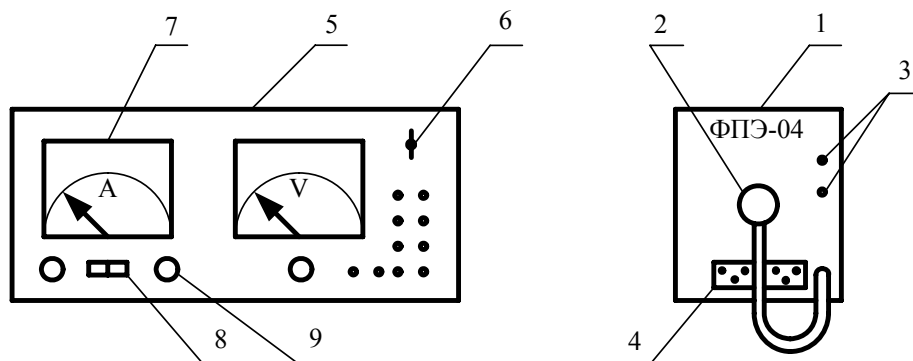


Рис.5

Тумблером [6] осуществляется подключение источника питания к сети. Напряжение на соленоид подается через канал 5÷25 В. Контроль силы тока в соленоиде осуществляется амперметром [7]. Подключение амперметра к каналу 5÷25 В происходит при нажатии кнопки [8]. Ручка [9] служит для плавного регулирования выходного напряжения в канале. Питание датчика Холла осуществляется постоянным током $i = 90$ мА. Датчик Холла представляет собой германиевую пластинку толщиной $d = 0,2$ мм. Соленоид имеет длину $L = 168$ мм, диаметр $2R = 85$ мм и число витков $N = 2700$.

4. Порядок выполнения работы.

1. Подключить к кассете с соленоидом вольтметр и источник питания. Включить приборы в сеть с напряжением 220 В.
2. Установить силу тока I питания соленоида и ее значение записать в табл.1.
3. Перемещая шток с датчиком Холла в соленоиде, снять показания вольтметра U на разных расстояниях x датчика от центра соленоида. Результаты измерений записать в табл.1.

Табл.1

I, A							
$x, мм$	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40
U, B							
$x, мм$	-30	-20	-10	0	10	20	30
U, B							
$x, мм$	40	50	60	70	80	90	100
U, B							

5. Обработка результатов измерений.

1. По данным табл.1 построить график зависимости U от x .
2. Вычислить по формуле (16) значение магнитной индукции B_{max} в центре соленоида и оценить погрешность δ_B как

$$\delta_B = B_{max} \cdot \frac{\delta_I}{I}.$$

3. По полученному значению B_{max} и соответствующему ему значению холловской разности потенциалов U найти согласно формуле (23) концентрацию n свободных

электронов (заряд электрона $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл) в датчике Холла и оценить погрешность δ_n как

$$\delta_n = n \cdot \frac{\delta_d}{d} .$$

6. Контрольные вопросы.

1. Как определяется направление и величина силы, действующей на движущийся заряд в магнитном поле?
2. Чему равна сила, действующая на виток с током в однородном магнитном поле?
3. Как связана индукция магнитного поля движущегося заряда с напряженностью его электрического поля?
4. Сформулируйте закон Био – Савара и получите выражение для индукции магнитного поля прямолинейного тока.
5. В чем заключается и как объясняется эффект Холла?