

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Государственный университет по землеустройству»

Землеустроительный факультет
Кафедра Высшей математики и физики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

« Прикладная математика»

(наименование дисциплины)

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
«___» _____ 2011г.
Протокол № ___

Заведующий кафедрой _____ Соловьёв И.А.
(подпись, дата)

Факультет Землеустройства

Направление подготовки (специальность) Землеустройство и кадастры

Профиль (специализация) подготовки магистр

Кафедра Высшей математики и физики

Москва 2011

ПАСПОРТ
фонда оценочных средств
по дисциплине Математика
(наименование дисциплины)

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	2	3
1 Элементарная теория погрешностей	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Оценка контрольной работы, самостоятельной работы, ответов на вопросы, экзамен
2 Численные методы анализа математических моделей, описываемых уравнениями с одним неизвестным.	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, Беседа, дискуссия
3 Численные методы анализа математических моделей, описываемых системами линейных алгебраических уравнений	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, контрольная работа, РГР
4 Методы одномерной безусловной оптимизации	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, оценка контрольной работы, самостоятельной работы, ответов на вопросы, экзамен
5 Методы многомерной безусловной оптимизации	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, Защита РГР, контрольная работа
6 Метод наименьших квадратов	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, Защита РГР, контрольная работа
7 Интерполирование функций	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, дискуссии, экзамен.
8 Численное интегрирование	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Оценка контрольной работы, самостоятельной работы, ответов на тесты по темам раздела, экзамен
9 Численные методы решения задачи Коши	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование, Защита лабораторных работ
Итоговый контроль	ОК-8, ПК-16, ПК-18	Тестирование Зачет

Наименование темы (раздела) в соответствии с рабочей программой дисциплины

Составитель _____ **доц. А.В. Червяков**

(подпись, дата)

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Государственный университет по землеустройству»

Кафедра Высшей математики и физики
(наименование кафедры)

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

Составитель _____ А.В. Червяков
(подпись)

« ____ » _____ 20 ____ г.

Москва 2011

ПЕРЕЧЕНЬ ПРОВЕРЯЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ:

Формулировка ОК-8 - Обладает владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, критическому осмыслению, систематизации, прогнозированию, постановке целей и выбору путей их достижения, умением анализировать логику рассуждений и высказываний.

Формулировка ПК-16 – Обладает готовностью решать инженерно-технические и экономические задачи с помощью пакетов прикладных программ.

Формулировка ПК-18 - Обладает способностью ставить задачи и выбирать методы исследования, интерпретировать и представлять результаты научных исследований.

Примерные вопросы к экзамену

- 1 Абсолютная и относительная погрешности.
- 2 Значащие цифры и верные знаки приближенного числа.
- 3 Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
- 4 Особенности машинной арифметики.
- 5 Решение нелинейных уравнений.
- 6 Теорема о существовании и единственного корня уравнения на отрезке.
- 7 Способы локализации корней. Интервал неопределенности корня и способ его оценки.
- 8 Обусловленность задачи о нахождении корня уравнения.
- 9 Способ определения числа обусловленности корня нелинейного уравнения по отношению к параметру уравнения.
- 10 Методы уточнения корней нелинейного уравнения и их вычислительные особенности: скорость сходимости, априорная оценка числа итераций, трудоемкость, критерий окончания итерационного процесса.
- 11 Методы бисекции, простых итераций и Ньютона.
- 12 Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
- 13 Норма вектора и норма матрицы. Теоремы об обусловленности решений СЛАУ.
- 14 Прямые методы решения СЛАУ и их вычислительные особенности: метод Гаусса с выбором главного элемента, метод прогонки для СЛАУ с трехдиагональной матрицей.
- 15 Метод наименьших квадратов (МНК).
- 16 Варианты постановок задач об обработке экспериментальных данных по методу наименьших квадратов.
- 17 Вывод системы нормальных уравнений. Линеаризация нелинейных зависимостей целью использования линейного МНК.
- 18 Постановка задачи интерполяции. Теорема о существовании и единственности интерполяционного полинома. Полином Лагранжа.
- 19 Численное интегрирование. Простые и составные формулы численного интегрирования. Погрешность усечения и вычислительная погрешность. Полная погрешность. Порядок точности метода. Оптимальный шаг интегрирования.
- 20 Правило Рунге и численный критерий его применимости. Автоматический выбор шага интегрирования.
- 21 Численное дифференцирование. Формулы численного дифференцирования: левая, правая и центральные разностные производные первого порядка.
- 22 Вторая разностная производная. Погрешность усечения и вычислительная погрешность. Полная погрешность. Порядок точности формулы численного дифференцирования.
- 23 Оптимальный шаг численного дифференцирования.

- 24 Численное решение задачи Коши. Явный и неявный методы Эйлера.
- 25 Локальная и глобальная погрешности дискретизации. Вычислительная погрешность. Полная погрешность. Порядок точности метода.
- 26 Правило Рунге и численный критерий его применимости. Автоматический выбор шага численного интегрирования дифференциального уравнения. Методы Рунге-Кутты второго и четвертого порядка точности.
- 27 Постановка и решение транспортной задачи.
- 28 Симплекс-метод. Алгоритм решения.
- 29 Условие разрешимости канонической задачи.
- 30 Покоординатный спуск.
- 31 Градиентный метод.
- 32 Метод сопряженных градиентов.
- 33 Методы минимизации без вычисления производных.

Критерии оценки знаний

Критерии оценки знаний

Экзаменационные билеты включают в себя два теоретических вопроса.

Оценка определяется следующими четырьмя составляющими:

- 1) результатами ответа на 1-й вопрос;
- 2) результатами ответа на 2-й вопрос;
- 3) решением дополнительной задачи;
- 4) результатами ответов на дополнительные вопросы.

При этом учитывается текущая успеваемость, посещаемость занятий, выполнение заданий на самостоятельную работу, выполнение заданий на контрольную работу.

Результаты экзамена оцениваются:

«отлично» - при наличии у студента глубоких, исчерпывающих знаний, грамотном и логически стройном построении ответа по следующим направлениям дисциплины:

- освоение теоретических положений по математическим методам и моделям;
- глубокое знание методологических положений и алгоритмов решения задач по разделам дисциплины;

- применение полученных знаний для решения практических задач,

- **«хорошо»** - при наличии твердых и достаточно полных знаний, логически стройном построении ответа при незначительных ошибках по направлениям, перечисленным при оценке «отлично».

«удовлетворительно» - при наличии твердых знаний, изложении ответа с ошиб-

ками, уверенно исправленными после наводящих вопросов по изложенным выше вопросам.

«неудовлетворительно» - при наличии грубых ошибок в ответе, непонимании сущности излагаемого вопроса, неуверенности и неточности ответов после наводящих вопросов по вопросам изучаемой дисциплины:

Оценка выставляется в экзаменационной ведомости.

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Государственный университет по землеустройству»**

**Кафедра Высшей математики и физики
(наименование кафедры)**

Оценочное средство - коллоквиум

Составитель _____ А.В. Червяков
(подпись)

« ____ » _____ 20 г.

Москва 2011

ПЕРЕЧЕНЬ ПРОВЕРЯЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ:

Формулировка ОК-8 - Обладает владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, критическому осмыслению, систематизации, прогнозированию, постановке целей и выбору путей их достижения, умением анализировать логику рассуждений и высказываний.

Формулировка ПК-16 – Обладает готовностью решать инженерно-технические и экономические задачи с помощью пакетов прикладных программ.

Формулировка ПК-18 - Обладает способностью ставить задачи и выбирать методы исследования, интерпретировать и представлять результаты научных исследований.

ТЕМЫ КОЛЛОКВИУМОВ ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

1. Абсолютная и относительная погрешности. Значение цифры и верные знаки приближенного числа. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Особенности машинной арифметики.
2. Решение нелинейных уравнений. Теорема о существовании и единственного корня уравнения на отрезке. Способы локализации корней. Интервал неопределенности корня и способ его оценки. Обусловленность задачи о нахождении корня уравнения. Способ определения числа обусловленности корня нелинейного уравнения по отношению к параметру уравнения.
3. Методы уточнения корней нелинейного уравнения и их вычислительные особенности: скорость сходимости, априорная оценка числа итераций, трудоемкость, критерий окончания итерационного процесса. Методы бисекции, простых итераций и Ньютона.
4. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Норма вектора и норма матрицы. Теоремы об обусловленности решений СЛАУ.
5. Прямые методы решения СЛАУ и их вычислительные особенности: метод Гаусса с выбором главного элемента, метод прогонки для СЛАУ с трехдиагональной матрицей.
6. Метод наименьших квадратов (МНК). Варианты постановок задач об обработке экспериментальных данных по методу наименьших квадратов. Вывод системы нормальных уравнений. Линеаризация нелинейных зависимостей целью использования линейного МНК. Постановка задачи интерполяции. Теорема о существовании и единственности интерполяционного полинома. Полином Лагранжа.
7. Численное интегрирование. Простые и составные формулы численного интегрирования. Погрешность усечения и вычислительная погрешность. Полная погрешность. Порядок точности метода. Оптимальный шаг интегрирования.

- Правило Рунге и численный критерий его применимости. Автоматический выбор шага интегрирования.
8. Численное дифференцирование. Формулы численного дифференцирования: левая, правая и центральные разностные производные первого порядка. Вторая разностная производная. Погрешность усечения и вычислительная погрешность. Полная погрешность. Порядок точности формулы численного дифференцирования. Оптимальный шаг численного дифференцирования.
 9. Численное решение задачи Коши. Явный и неявный методы Эйлера. Локальная и глобальная погрешности дискретизации. Вычислительная погрешность. Полная погрешность. Порядок точности метода. Правило Рунге и численный критерий его применимости. Автоматический выбор шага численного интегрирования дифференциального уравнения. Методы Рунге-Кутты второго и четвертого порядка точности.

Критерии оценки

Коллоквиум как средство контроля усвоения материала темы, раздела дисциплины проводится на практических занятиях в виде собеседования со студентами с целью оценки полученных ими знаний, умений и навыков.

Текущий контроль представляет собой регулярно осуществляемую проверку усвоения учебного материала.

Оценка **“отлично”** заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание вопроса, умение приводить примеры, поясняющие излагаемый материал.

Оценка **“хорошо”** заслуживает студент обнаруживший достаточные, но не глубокие знания вопроса. Поясняющие примеры приводятся редко.

Оценка **“удовлетворительно”** заслуживает студент, обнаруживший знания по основным моментам вопроса, но не раскрывшем его сути значения.

Оценка **“неудовлетворительно”** выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основных моментов поставленного вопроса и допустившему принципиальные ошибки при его изложении.

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Государственный университет по землеустройству»

Кафедра Высшей математики и физики
(наименование кафедры)

Оценочное средство – контрольная работа

Составитель _____ А.В. Червяков
(подпись)

« ____ » _____ 20 г.

Москва 2011

ПЕРЕЧЕНЬ ПРОВЕРЯЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ:

Формулировка ОК-8 - Обладает владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, критическому осмыслению, систематизации, прогнозированию, постановке целей и выбору путей их достижения, умением анализировать логику рассуждений и высказываний.

Формулировка ПК-16 – Обладает готовностью решать инженерно-технические и экономические задачи с помощью пакетов прикладных программ.

Формулировка ПК-18 - Обладает способностью ставить задачи и выбирать методы исследования, интерпретировать и представлять результаты научных исследований.

Контрольная работа проводится после изучения каждого раздела дисциплины.

Контрольная работа является индивидуальной для каждого студента, состоит из решения практической задачи. Контрольная работа проводится на практическом занятии.

Оценка КР выставляется в журнал учебных занятий и учитывается при аттестации студентов в период зачётной экзаменационной сессии (сокращение числа экзаменационных вопросов при оценке КР не ниже «хорошо», предоставление права студенту выбора экзаменационных вопросов из предложенных преподавателем).

Примерные задания для контрольных работ

Номер и условие задания	A	B	C	D
1. Подчеркнуть значащие цифры числа 0,0250	<u>0,0250</u>	<u>0,0250</u>	<u>0,0250</u>	<u>0,0250</u>
2. Подчеркнуть верные знаки приближенного числа $a = \mathbf{105,34}$, имеющего абсолютную погрешность $\Delta a = 0,2$	$a = \underline{105,34}$	$a = \underline{105,34}$	$a = \underline{105,34}$	$a = \underline{105,34}$
3. Число $a = \mathbf{1,0}$ верно в написанных знаках. Его относительная погрешность равна $\delta a = ?$	20%	10%	50%	100%

4. Результат сложения чисел $a = 9999,7$ и $b = 9,5679$ в четырехразрядной арифметике	$a + b = 10009.2679$	$a + b = 100.09 \cdot 10^2$	$a + b = 1,0008 \cdot 10^4$	$a + b = 0,1000 \cdot 10^4$
5. Числа $a = 0,1002$ и $b = 0,1000$ верны в написанных знаках. Относительная погрешность их разности равна $\delta(a - b) = ?$	$10^{-2} \%$	$10^{-1} \%$	200%	100%
6. Абсолютная погрешность $\Delta f = 10^{-5}$, $\max_{x \in [0;1]} f'(x) = 10^{-3}$. Оценка длины интервала неопределенности корня уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $x \in [0;1]$	$2 \cdot 10^{-8}$	10^{-8}	10^{-2}	10^2
7. Скорость сходимости метода бисекции q	$q = 0,5$ —	$q = 1$	$q > 0,5$	$q < 0,5$
8. Дано уравнение $f(x) = x^3 + 3x - 1 = 0$, отрезок локализации корня уравнения $x \in [0;1]$. Результат первого шага метода бисекции $x_1 = ?$	$x_1 = 0,5$	$x_1 = 0,75$	$x_1 = 0,25$	$x_1 = 0,875$
9. Условие выбора начального приближения для метода Ньютона	$f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$	$f(x_0) \cdot f''(x_0) < 0$	$f'(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$	$f'(x_0) \cdot f''(x_0) < 0$
10. Корень уравнения $f(x) = x^3 + 3x - 1 = 0$	$x \in [1;2]$	$x \in [0;7]$	$x \in [-2;0]$	$x \in [-1;0]$
11. Оценка скорости сходимости q метода простых итераций для уравнения $x = 1 - \frac{1}{10}x^4$	$q = \frac{1}{10}$	$q = \frac{9}{10}$	$q = \frac{2}{5}$	$q = 0,2$

12. Критерий достижения точности при решении нелинейного уравнения $x = \varphi(x)$ методом простых итераций	$ \varphi(x_n) - \varphi(x_{n-1}) \times \frac{q}{1-q} < \varepsilon$	$ \varphi(x_n) - \varphi(x_{n-1}) \times \frac{1-q}{q} < \varepsilon$	$ x_n - x_{n-1} \times \frac{q}{1-q} < \varepsilon$	$ x_n - x_{n-1} \times \frac{1-q}{q} < \varepsilon$
13. Начальное приближение $x_0 = 0$. x_1 — первое приближение по методу Ньютона для уравнения $f(x) = x^3 + 5x - 1 = 0$	$x_1 = 0,5$	$x_1 = -\frac{1}{5}$	$x_1 = \frac{1}{5}$	$x_1 = -0,5$
14. ν — число обусловленности системы $x - y = 1; x - 1,001y = 0$	$0 < \nu < 1$	$1 < \nu < 10$	$\nu = 10$	$\nu > 4000$
15. Результат обработки табличной функции $(x_1 = -1; y_1 = 1)$, $(x_2 = 0; y_2 = 3)$ б $(x_3 = 1; y_3 = 5)$ по методу наименьших квадратов	$y = 3 + 2x$	$y = -3 + x$	$y = 1 + x$	$y = 4 + x$
16. Полином Лагранжа первой степени имеет вид	$L_1 = y_0(x - x_0) + y_1(x - x_1)$	$L_1 = y_0 \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} + y_1 \frac{x - x_1}{x_1 - x_0}$	$L_1 = y_0 \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + y_1 \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$	$L_1 = y_1 \frac{x - x_0}{x_0 - x_1} + y_0 \frac{x - x_1}{x_1 - x_0}$
17. Порядок точности метода трапеций численного интегрирования	1	2	3	4
18. Правило Рунге оценки точности численного интегрирования по методу Симпсона	$ I^h - I^{2h} < \varepsilon$	$\frac{ I^h - I^{2h} }{3} < \varepsilon$	$\frac{ I^h - I^{2h} }{4} < \varepsilon$	$\frac{ I^h - I^{2h} }{15} < \varepsilon$
19. Погрешность усечения для вычисления интеграла $\int_0^1 x^3 dx$ по методу Симпсона с шагом $h = 0,1$	0	0,1	0,05	0,2

20. Какой шаг h удовлетворяет условию устойчивости явного метода Эйлера для решения задачи Коши $y' = -5y, y(0) = 1$ на отрезке $x \in [0;1]$	$h = 0,1$	$h = 0,4$	$h = 0,3$	$h = 0,5$
---	-----------	-----------	-----------	-----------

Критерии оценки

Оценка «отлично» выставляется студенту, если практическая задача решена полностью с соответствующими математическим выкладками.

Оценка «хорошо» - выставляется студенту, если практическая задача решена полностью без подробных выкладок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если практическая задача решена не полностью.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если практическая задача не решена.

Оценка выставляется в журнале посещаемости студентов.

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Государственный университет по землеустройству»

Кафедра Высшей математики и физики
(наименование кафедры)

Оценочное средство – расчетно-графическая работа

Составитель _____ А.В. Червяков
(подпись)

« ____ » _____ 20 г.

Москва 2011

Оценочное средство расчетно-графическая работа

ПЕРЕЧЕНЬ ПРОВЕРЯЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ:

Формулировка ОК-8 - Обладает владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, критическому осмыслению, систематизации, прогнозированию, постановке целей и выбору путей их достижения, умением анализировать логику рассуждений и высказываний.

Формулировка ПК-16 – Обладает готовностью решать инженерно-технические и экономические задачи с помощью пакетов прикладных программ.

Формулировка ПК-18 - Обладает способностью ставить задачи и выбирать методы исследования, интерпретировать и представлять результаты научных исследований.

Порядок выполнения и оформления расчетно-графической работы

Структура РГР:

1. Титульный лист.
2. Оглавление
3. Выполненные задания
8. Список использованных источников

Расчетно-графическое задание 1. Особенности конечно—разрядной арифметики.

1.1. Сложить в четырехразрядной арифметике, сохраняющей только четыре знака в мантиссе и отбрасывающей без округления остальные знаки, числа, верные в написанных знаках, найти абсолютную и относительную погрешности суммы. Сравнить относительную погрешность суммы с относительными погрешностями слагаемых.

1. $0,9999 \times 10^3 + 0,0002 \times 10^2 + 0,0001 \times 10^1$

2. $0,0999 \times 10^4 + 0,0002 \times 10^5 + 0,0003 \times 10^{-1}$

3. $0,9909 \times 10^7 + 0,9002 \times 10^6 + 0,0005 \times 10^5$

4. $0,0007 \times 10^{-3} + 0,9902 \times 10^{-1} + 0,1005 \times 10^{-2}$

5. $0,8809 \times 10^{-20} + 0,9902 \times 10^{-21} + 0,6005 \times 10^{-22}$

6. $0,9989 \times 10^0 + 0,9000 \times 10^{-3} + 0,0005 \times 10^{-2}$

7. $0,0909 \times 10^{-8} + 0,9001 \times 10^{-7} + 0,9005 \times 10^{-5}$

8. $0,9989 \times 10^1 + 0,9900 \times 10^0 + 0,3006 \times 10^{-1}$
9. $0.7909 \times 10^{-6} + 0.9000 \times 10^{-7} + 0.3005 \times 10^{-8}$
10. $0.1234 \times 10^{-9} + 0.9904 \times 10^{-8} + 0.1007 \times 10^{-10}$
11. $0.7659 \times 10^4 + 0.9009 \times 10^3 + 0.9905 \times 10^2$
12. $0.9979 \times 10^1 + 0.9082 \times 10^{-5} + 0.4009 \times 10^{-8}$
13. $0.9888 \times 10^{-4} + 0.9002 \times 10^3 + 0.7785 \times 10^0$
14. $0.9999 \times 10^{-11} + 0.9999 \times 10^{-12} + 0.9999 \times 10^{-13}$
15. $0.1234 \times 10^0 + 0.1233 \times 10^{-1} + 0.1232 \times 10^{-2}$
16. $0.0001 \times 10^7 + 0.0002 \times 10^{10} + 0.4000 \times 10^9$
17. $0.9612 \times 10^{-15} + 0.9902 \times 10^{-16} + 0.8007 \times 10^{-17}$
18. $0.1490 \times 10^{-17} + 0.9001 \times 10^{-16} + 0.8004 \times 10^{-18}$
19. $0.9123 \times 10^{-6} + 0.12392 \times 10^{-4} + 0.9999 \times 10^{-5}$
20. $0.1909 \times 10^5 + 0.9002 \times 10^6 + 0.9005 \times 10^4$
21. $0.0349 \times 10^{12} + 0.9007 \times 10^{10} + 0.9005 \times 10^{11}$
22. $0.7007 \times 10^2 + 0.9905 \times 10^0 + 0.9907 \times 10^1$
23. $0.9001 \times 10^7 + 0.9002 \times 10^9 + 0.8885 \times 10^8$
24. $0.5577 \times 10^4 + 0.9782 \times 10^5 + 0.8005 \times 10^3$
25. $0.9979 \times 10^7 + 0.9042 \times 10^3 + 0.0007 \times 10^2$

1.2. Найти в четырехразрядной арифметике разность чисел, верных в написанных знаках, и вычислить относительную погрешность разности. Сравнить относительную погрешность разности с относительными погрешностями уменьшаемого и вычитаемого.

1. $0.9998 \times 10^{-3} - 0.9997 \times 10^{-3}$
2. $0.7844 \times 10^4 - 0.7842 \times 10^4$
3. $0.2223 \times 10^7 - 0.2222 \times 10^7$
4. $0.1007 \times 10^{-3} - 0.1004 \times 10^{-3}$
5. $0.1809 \times 10^{-20} - 0.1809 \times 10^{-20}$
6. $0.1579 \times 10^{-10} - 0.1577 \times 10^{-10}$
7. $0.0909 \times 10^{-8} - 0.0908 \times 10^{-8}$
8. $0.9989 \times 10^0 - 0.9986 \times 10^0$
9. $0.1909 \times 10^{-6} - 0.1907 \times 10^{-6}$
10. $0.1234 \times 10^{-9} - 0.1231 \times 10^{-9}$

11. $0.7659 \times 10^{-4} - 0.7660 \times 10^{-4}$
12. $0.9979 \times 10^{-5} - 0.9980 \times 10^{-5}$
13. $0.9888 \times 10^{-4} - 0.9890 \times 10^{-4}$
14. $0.1999 \times 10^{-11} - 0.1997 \times 10^{-11}$
15. $0.5234 \times 10^0 - 0.5233 \times 10^0$
16. $0.1001 \times 10^{-7} - 0.1002 \times 10^{-7}$
17. $0.9612 \times 10^{-15} - 0.9614 \times 10^{-15}$
18. $0.1490 \times 10^{-17} - 0.1491 \times 10^{-17}$
19. $0.9123 \times 10^{-6} - 0.9125 \times 10^{-6}$
20. $0.1909 \times 10^{-5} - 0.1910 \times 10^{-5}$
21. $0.0349 \times 10^{-12} - 0.0350 \times 10^{-12}$
22. $0.7007 \times 10^{-2} - 0.7008 \times 10^{-2}$
23. $0.9001 \times 10^{-7} - 0.9002 \times 10^{-7}$
24. $0.5577 \times 10^{-4} - 0.5578 \times 10^{-4}$
25. $0.1997 \times 10^{-7} - 0.1999 \times 10^{-7}$

Расчетно-графическое задание 2. Погрешности вычисления функции.

2.1. Вычислить значение функции трех переменных $z = z(x_1, x_2, x_3)$ при заданных значениях аргументов x_1, x_2, x_3 , считая их верными в написанных знаках.

2.2. Оценить абсолютную и относительную погрешности результата, указать верные знаки в вычисленном значении функции.

2.3. Экспериментально оценить число обусловленности задачи по отношению к погрешности верного в написанных знаках аргумента x_1 , полагая, что x_2 и x_3 точные числа.

1. $z(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^4 + 2x_1^2 x_2 x_3 - 4x_1^3 x_2^2 - 2x_1;$
 $x_1 = 1.001; x_2 = 0.025; x_3 = 10.001.$

2. $z(x_1, x_2, x_3) = -x_1 + \sqrt{x_1^2 - x_2 x_3};$
 $x_1 = -10.1; x_2 = 4.3; x_3 = 1.1.$

3. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^3}$;
 $x_1 = -18.1; x_2 = 1.4; x_3 = 40.01$.

4. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt[3]{e^{x_1} - e^{x_2}} \sqrt{x_3}$;
 $x_1 = 1.02; x_2 = 1.01; x_3 = 4.14$.

5. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_2^2 - 4x_3^3 x_2^2$;
 $x_1 = 1.05; x_2 = 0.25; x_3 = 2.01$.

6. $z(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1 + x_2^2}{x_3}$;
 $x_1 = 3.28; x_2 = 0.932; x_3 = 1.132$.

7. $z(x_1, x_2, x_3) = x_2 x_3 + x_2 x_1 + x_3 x_1$;
 $x_1 = 2.104; x_2 = 1.935; x_3 = 0.845$.

8. $z(x_1, x_2, x_3) = \frac{2\sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_3}}{x_3}$;

$x_1 = 3.18; x_2 = 4.21; x_3 = 5.13$.

9. $z(x_1, x_2, x_3) = \ln x_1 \sin(x_3 + x_2)$;
 $x_1 = 3.4; x_2 = 5.95; x_3 = 3.80$.

10. $z(x_1, x_2, x_3) = \ln(\sin(x_3) + x_2) - x_1$;
 $x_1 = 2.0; x_2 = 1.0; x_3 = 3.14$.

11. $z(x_1, x_2, x_3) = x_3 \ln \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$;
 $x_1 = -3.1; x_2 = 4.05; x_3 = 40.01$.

12. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1^{x_2} + x_2^{x_3}$;
 $x_1 = 3.0; x_2 = 2; x_3 = 2.01$.

13. $z(x_1, x_2, x_3) = \cos(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^3});$
 $x_1 = -1.1; x_2 = 2.14; x_3 = 3.201.$

14. $z(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1} \ln(x_1^2 + x_3^3);$
 $x_1 = -0.5; x_2 = 2.05; x_3 = 1.01.$

15. $z(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1^3 - x_2^2}{x_3 + x_2};$
 $x_1 = 2.28; x_2 = 0.9; x_3 = 1.132.$

16. $z(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_3 + x_2^2};$
 $x_1 = 1.48; x_2 = 1.8; x_3 = 1.1.$

17. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2}{x_3}};$
 $x_1 = 1.41; x_2 = 22.8; x_3 = 1.1.$

18. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{(x_2 - x_1)(x_3 - x_2)};$
 $x_1 = 0.25; x_2 = 10.8; x_3 = 25.11.$

19. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{\frac{x_1^2 - x_3}{x_3 - x_2}};$
 $x_1 = 5.41; x_2 = 0.08; x_3 = 1.1.$

20. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2^2 + x_3^3;$
 $x_1 = 0.4; x_2 = 2.8; x_3 = 1.5.$

21. $z(x_1, x_2, x_3) = x_3 \sqrt{x_1^2 + x_2^2};$

$$x_1 = 3.11; x_2 = 4.08; x_3 = 5.1.$$

$$22. z(x_1, x_2, x_3) = x_2 x_3^2 + x_1^3;$$

$$x_1 = 1.4; x_2 = 2.8; x_3 = 4.2.$$

$$23. z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 x_2^2 + x_3 x_2^3};$$

$$x_1 = 2.11; x_2 = 4.18; x_3 = 7.1.$$

$$24. z(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 e^{x_2} x_3^2;$$

$$x_1 = 10.4; x_2 = 0.5; x_3 = 4.1.$$

$$25. z(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_3^2) \arctg(\sqrt{x_2});$$

$$x_1 = 1.4; x_2 = 4.001; x_3 = 2.5.$$

Расчетно-графическое задание 3. Численные методы решения нелинейного алгебраического уравнения.

Для данного уравнения:

$$P_3(x) = x^3 + (N + 5)x - 1 = 0$$

1. Показать, что на отрезке $[0;1]$ находится только один действительный корень.

2. Найти на отрезке $[0;1]$ действительный корень с точностью до 10^{-2} методом бисекции.

3. Преобразовать исходное уравнение к виду, когда сходится метод простых итераций. С помощью метода простых итераций уточнить значение корня с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$, взяв в качестве начального приближения результат, полученный в пункте 2 по методу бисекции.

4. Уточнить до 10^{-5} полученное значение корня с помощью метода Ньютона, взяв в качестве начального приближения результат, найденный методом бисекции в пункте 2.

5. Оценить интервал неопределенности корня, принадлежащего отрезку $[0.0001;1]$, если все расчеты проводятся с точностью до 10^{-8} .

6. Оценить относительную погрешность корня по отношению к относительной погрешности коэффициента при x , считая что последняя равна 10%.

Расчетно-графическое задание 4. Оценка числа обусловленности для задачи нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений.

Коэффициенты основной матрицы системы точны, а правые части верны в написанных знаках. Не решая системы, априорно оценить относительную погрешность решения.

$$\begin{cases} (N+1)x_1 + (N+2)x_2 + (N+3)x_3 = 2N+5 \\ (N + \frac{1001+N}{1000})x_1 + (N+2.001)x_2 + (N+3.005)x_3 = 2N+5.006 \\ (N+0.9999)x_1 + (N+1.9999)x_2 + (N+2.9002)x_3 = 2N+4.9001 \end{cases}$$

Расчетно-графическое задание 5. Метод Гаусса с выбором главного элемента.

Дважды решить систему уравнений методом Гаусса: первый раз без выбора главного (ведущего) элемента, второй раз — с выбором главного элемента. Все вычисления производить в пятизначной арифметике, сохраняющей только пять значащих цифр и отбрасывающей лишние знаки без округления. После каждого действия демонстрировать отбор нужных значащих цифр.

$$\begin{cases} -\frac{N+2}{1000}x_1 + 6x_2 = 6 + \frac{N+2}{1000} \\ (2.5 + \frac{N+2}{1000})x_1 + 5x_2 = 2.5 - \frac{N+2}{1000} \end{cases}$$

Расчетно-графическое задание 6. Метод простых итераций для систем линейных алгебраических уравнений

1. Привести данную систему к виду, когда сходится метод простых итераций.
2. Априорно оценить число итераций, необходимых для достижения точности решения 10^{-3} .
3. Решить систему до заданной точности методом простых итераций. В промежуточных вычислениях удерживать пять знаков после десятичной точки.

$$\begin{cases} (20N+15.1)x_1 + (3N+4)x_2 + (5N+7)x_3 = 30N+29.1 \\ x_1 + (10.5+N)x_2 + (N+0.01)x_3 = 2N+1.02 \\ (N-1.9)x_1 + (N+4.002)x_2 + (16+4N)x_3 = 9N+30.1 \end{cases}$$

Расчетно—графическое задание 7. Классический метод наименьших квадратов.

Для данной системы пяти точек

$$A_1(-2; -2N-1), A_2(-1; -N+1), A_3(0; N+4),$$

$$A_4(1; -N-1), A_5(2; 3N+1)$$

1. Подобрать по методу наименьших квадратов линейную $y = a_0 + a_1x$ и квадратичную $y = b_0 + b_1x + b_2x^2$ зависимости и оценить средние квадратические отклонения. На одном рисунке на отрезке $x \in [-2; 2]$ «крестиком» отметить табличные точки, пунктиром изобразить участок прямой $y = a_0 + a_1x$ и сплошной линией - участок параболы $y = b_0 + b_1x + b_2x^2$.

Оценка	Критерии оценки
зачтено	Выставляется студенту, если он логически верно выполнил задание. При решении использовал не только лекционный материал, но и рекомендованные основные и дополнительные источники.
Не зачтено	Студент не выполнил индивидуальные задания. Не ответил на поставленные вопросы

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ ФОС

Составители:

Должность, звание _____ доцент А.В. Червяков
(подпись)

Сведения об экспертах:

Должность, звание _____ Ф.И.О
(подпись)