

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА "ОСТРОВЕ" ВАДЫ-БРАУЭРА И ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ РЕБИНДЕРА

В.В.Максименко

Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л.Я.Карпова, 105064,
Москва, ул. Воронцово поле, 10

Аннотация

Жидкометаллический эффект Ребиндера проявляется как очень эффективное внезапное разрушение металлического образца при нанесении на его поверхность пленки жидкой эвтектической смеси специально подобранных металлов. Предложена модель, описывающая этот эффект, в основе которой лежит представление о возможности локализации электромагнитного поля в складках границы раздела фаз и компонентов жидкой эвтектической смеси, заполняющей трещины в поверхности твердого металла (типичный пример - эвтектика In и Ga на поверхности Al). Поскольку в каждой пространственной точке эвтектической смеси соседствуют три различных субстанции (однородная жидкая смесь In+Ga, твердый In и твердый Ga), система складок такого интерфейса моделируется широко известной в топологии структурой Вады-Брауэра - поверхностью, разделяющей три различных области, причем, делающей это *в каждой своей точке*. Поверхности такого рода, характеризующиеся набором складок самого различного масштаба, фрактальны и обладают конечным объемом. Объем ΔV , приходящийся на поверхность, отождествляется с дефектом объема - разностью между объемом эвтектической смеси V и суммарным объемом ее компонентов. Дефект объема ΔV и фрактальная размерность d системы складок интерфейса - единственные параметры теории. Исследован процесс локализации внешнего электромагнитного поля в системе складок эвтектики. Благодаря очень большой величине эффективной диэлектрической проницаемости при $\Delta V/V \rightarrow 0$ и $d \rightarrow 3$, длина волны внешнего излучения λ внутри системы складок существенно уменьшается и разномасштабные складки поверхности раздела "наполняются" локализованными виртуальными фотонами. Вычислена вероятность этого процесса и время жизни локализованных фотонов, которое оказывается порядка периода внешних электромагнитных волн. Локализованные фотоны играют решающую роль в процессе разрушения затравочных трещин в поверхности металла. Они способны "выключить" кулоновское притяжение флуктуаций заряда на противоположных "берегах" заполненной эвтектикой трещины, обеспечивающее ван-дер-ваальсовское притяжение берегов. В результате трещина "разваливается". Аналогичный механизм действует и в самой эвтектической смеси, способствуя образованию в ней упомянутой чрезвычайно развитой системы складок.

PACS: 42.25.Dd, 11.80.La, 72.15.Rn

1. Введение.

Эффектом Ребиндера (ЭР) называют понижение прочности твердого образца при нанесении на его поверхность тонкой жидкой пленки специфического для данного материала вещества. В ряде случаев при этом наблюдается разрушение и даже полное диспергирование образца. Как правило, для инициирования процесса разрушения требуется незначительная механическая нагрузка [1]. ЭР широко используется в горной промышленности, при механической обработке материалов, в ряде технологических процессов и т.д. Для целого ряда материалов удается эмпирически подобрать соответствующий реагент, вызывающий эффект.

Наиболее ярко ЭР проявляется при нанесении пленки некоторых жидких металлов на поверхность других твердых металлов, например, ртути на поверхность меди. В этом случае ЭР называют жидкометаллическим эффектом Ребиндера или жидкометаллическим охрупчиванием. В свою очередь, наиболее эффективно процесс разрушения металла выглядит, если в качестве жидкости используется эвтектическая смесь металлов. Классический пример - нанесение эвтектики индия и галлия на поверхность алюминия. Внятной физической модели явления до сих пор нет, существующие объяснения используют представления механохимии [1].

Точка эвтектики - особая точка на кривой фазового равновесия системы двух компонентов, произвольно смешивающихся в жидком и, например, совсем не смешивающихся в твердом состоянии (см. рис. 1, где приведена схематически фазовая диаграмма смеси индия и галлия) [2]. В этой точке одновременно сосуществуют жидкая фаза (однородный расплав индия и галлия) и начинают выпадать в осадок оба твердых компонента системы. Например, левее точки эвтектики на кривой равновесия (выделена кружочком на рис. 1) мы имеем дело только с двумя субстанциями - расплавом и выпадающим в осадок твердым индием. Для справок, эвтектика In и Ga - серебристая жидкость с консистенцией воды, отвердевающая при температуре примерно 19°C .

При концентрации, соответствующей эвтектической точке, в каждой пространственной точке системы сосуществуют три разных субстанции. Поверхность раздела этих субстанций устроена весьма необычно. Эта поверхность обязана разделять все три субстанции, причем - делать это *в каждой своей точке*.

Поверхности, в каждой своей точке разделяющие три и большее число областей, хорошо известны в топологии. Среди самых известных - их плоские варианты - т.н. линия Вады-Брауэра и множество Жюлиа, тесно связанное с множеством Мандельброта [3-5]. В обоих случаях это замкнутая самонепересекающаяся линия на плоскости, в каждой своей точке являющаяся границей трех и большего числа "стран".

Классический пример такой конструкции - остров или архипелаг Вады-Брауэра [3]. Способ построения такого острова очень прост. Представим себе, что имеется остров в океане и на нем два озера - с теплой и холодной водой. В первый день житель острова роет канал от теплого озера (не сообщающийся ни с океаном, ни

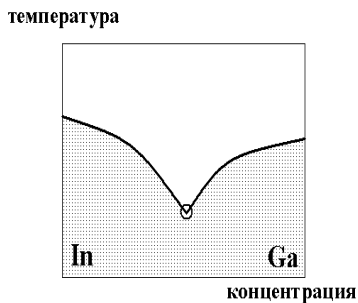


Рис. 1: Диаграмма равновесия фаз In и Ga.

со вторым озером) с таким расчетом, чтобы на острове не было бы точек суши, отстоящих от теплой воды дальше чем на 1 м. На второй день аналогичный канал роется от озера с холодной водой. Он нигде не сообщается ни с океаном, ни с теплым озером, ни с каналом с теплой водой, прорытым днем ранее, и роется до тех пор, пока от каждой точки оставшейся суши не далее чем на расстоянии 1 м будет холодная вода. На третий день точно такой же канал отводится от океана.

В следующие три дня каналы продолжаютсся далее, причем так, чтобы на расстоянии, меньшем $1/2$ м, от каждой точки оставшейся суши была бы теплая, холодная и соленая вода. В следующие за ними три дня густота сети каналов увеличивается. Теплая, холодная и соленая вода будут теперь не далее чем на $1/4$ м от каждой точки оставшейся суши. Важно, что после каждого дня работы оставшаяся суша будет связным куском и ее можно покрывать на следующий день еще более плотной сетью каналов.

В пределе получается сеть каналов, которые нигде не сливаются. То, что останется от суши будет линией, разделяющей в каждой своей точке три разных области. Обобщение такой схемы на трехмерный случай тривиально. Если мы находимся в точке эвтектики, то теплую воду мы заменяем, например, твердым индием, холодную - твердым галлием, океанскую - однородным жидким расплавом In и Ga.

"Линии", подобные береговой линии плоского острова Вады-Брауэра, обладают еще одним замечательным свойством. Эти линии имеют конечную площадь. Точно также поверхности, разделяющие три области соответствующей трехмерной конструкции Вады-Брауэра, имеют конечный объем.

Поверхности, имеющие конечный объем, интересны сами по себе. Но еще более интересным представляется локализация электромагнитного излучения в таких системах. Локализация света - это возможность заикливания и длительного удержания фотона в системе слабопоглощающих свет неоднородностей. Локализация света связана с замкнутыми петлями на траекториях фотонов. Если фотон совершает

замкнутую петлю, набег фазы его волновой функции нулевой [6]. Амплитуды вероятности, соответствующие двум возможным способам обхода петли (по ходу вращения часовой стрелки и наоборот) интерферируют конструктивно. Любая петля - это возвращение назад. Поскольку вероятность образования петли из-за подобного рода интерференции увеличивается, возрастает и рассеяние в заднюю полусферу. Это, в свою очередь, стимулирует образование новых петель и т.д. Результатом этого самоподдерживающегося процесса является запираение фотона в ограниченной области пространства - локализация света [7-9].

Фрактальная система складок рассматриваемой поверхности раздела пространственно самоподобна или масштабно инвариантна, в ней существуют складки абсолютно всех размеров - как сравнимые с характерным размером системы, так и исчезающе малые. Это является причиной перенормировки или уменьшения длины волны внешнего излучения по мере его проникновения в систему. Длина волны фотона в системе λ_{int} становится намного меньше длины волны падающего излучения λ , частота фотона ω при этом не меняется, т.к. одновременно уменьшается эффективная скорость фотона v в соответствии с соотношением $\omega = 2\pi v/\lambda_{int}$. Если для реального фотона - фотона, испускаемого источником или детектируемого приемником, частота ω и длина волны λ жестко связаны друг с другом соотношением $\omega = 2\pi c/\lambda$, где c - скорость света в вакууме, для фотона виртуального или пропагаторного, не связанного ни с источником, ни с детектором, ω и волновое число $k = 2\pi/\lambda$ являются двумя независимыми переменными. Для такого фотона при данной частоте ω длина волны может быть какой угодно - все определяется эффективной скоростью v , связанной со скоростью света в вакууме c и показателем преломления n соотношением $v = c/n$.

Перенормировка λ происходит следующим образом. Пусть падающий в систему фотон улавливается какой-нибудь достаточно крупной складкой - первичной резонансной "полостью". Это улавливание приводит к росту эффективной диэлектрической проницаемости системы ε , т.к. ε возрастает вблизи любого электромагнитного резонанса [10]. Возрастание ε инициирует в свою очередь уменьшение длины волны фотона, т.к.

$$\lambda_{int} = \lambda/\sqrt{\varepsilon}. \quad (1)$$

Фотон с перенормированной длиной волны находит другую резонансную складку меньшего размера. Новое улавливание вновь стимулирует возрастание ε и новое уменьшение λ_{int} и т.д. В результате все складки системы могут заполниться перенормированными виртуальными фотонами, в том числе и теми, чья $\lambda_{int} \rightarrow 0$. Их эффективная скорость нулевая. Это и есть локализованный свет.

Более того, физическая причина образования столь развитой системы складок поверхности раздела связана именно с локализацией излучения или поля в этих складках. Как мы увидим, именно локализованное излучение служит причиной образования новых складок в поверхности. Эти новые складки служат убежищем для новых локализованных фотонов и т.д. Именно этот самоподдерживающийся процесс формирует, в конечном счете, столь сложную поверхность раздела фаз.

Более того, именно с позиций локализации можно понять физическую причину появления "толщины" или объема у фрактальной поверхности. Этот объем заполнен перенормированными локализованными фотонами, "тонким слоем намазанными" по бесконечной поверхности границы раздела фаз или компонентов. Объем эвтектической смеси оказывается большим чем суммарный объем ее компонентов. Возникает так называемый дефект объема ΔV . Вполне возможно, что существует конечный предел произведения $\lambda_{\text{int}} \rightarrow 0$ и бесконечной площади поверхности раздела фаз S_{∞} и именно этот предел равен дефекту объема ΔV .

Эти идеи реализованы в статье. В следующем разделе описана статистика складок поверхности раздела фаз и компонентов смеси, вычислен усредненный по распределению складок фотонный пропагатор в системе и из его анализа вычислена эффективная диэлектрическая проницаемость смеси. Эта величина определяется дефектом объема системы и фрактальной размерностью системы складок и оказывается чрезвычайно высокой. В разделе 3 мы знакомимся с особенностями описания локализованного света. Интерференция амплитуд, описывающих два альтернативных способа обхода этих петель (по ходу вращения часовой стрелки и наоборот) является ключевой в понимании причины локализации света. В разделе 4 рассмотрено взаимодействие системы складок с внешним электромагнитным полем. Продемонстрировано сильное раздувание индикатрисы рассеяния в заднюю полусферу, приводящее к локализации, вычисляется время жизни локализованных виртуальных фотонов. В разделе 5 показано, как эти фотоны влияют на процесс разрушения затравочной трещины в металле. Мы увидим, что с их помощью происходит исчезновение флуктуационного ван-дер-ваальсовского притяжения берегов трещины. Раздел 6 содержит обсуждение результатов.

2. Эффективная диэлектрическая проницаемость системы складок границы раздела

Прежде чем приступить к описанию локализации электромагнитного поля в системе складок поверхности раздела фаз и компонентов, познакомимся с основными характеристиками системы. Особенность нашей системы в том, что в каждой ее точке присутствуют сразу три компонента с диэлектрическими проницаемостями ε_1 , ε_2 , ε_3 . Мы предполагаем, что такую систему можно охарактеризовать эффективной диэлектрической проницаемостью ε . Потенциал взаимодействия фотона с той или иной составной частью системы, например, с той, чья диэлектрическая проницаемость ε_1 и которая присутствует в точке с координатой \mathbf{a} , имеет вид [11,12]

$$P_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon \omega^2}{4\pi} \frac{1}{c^2} \delta_{\alpha\beta} \eta^a(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (2)$$

где \mathbf{r} и \mathbf{r}' - начальная и конечная координаты фотона, $\eta^a(\mathbf{r}) = 1$, если $\mathbf{r} = \mathbf{a}$ и $\eta^a(\mathbf{r}) = 0$, если $\mathbf{r} \neq \mathbf{a}$; $\delta_{\alpha\beta}$ - символ Кронекера.

Введем t-матрицу рассеяния фотона на отдельной складке - произвольной точке скомканной поверхности границы раздела трех "фаз". Эта величина определяется

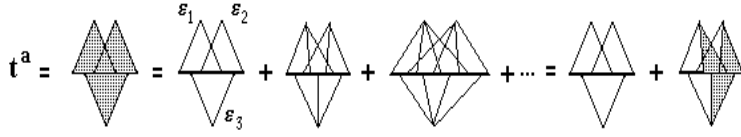


Рис. 2: Ряд ТВ для t-матрицы рассеяния фотона на отдельной складке границы раздела.

рядом теории возмущений (ТВ) и уравнением рис. 2, где жирная горизонтальная линия - фотонный пропагатор в системе, наклонная - потенциал взаимодействия. Каждой вершине t соответствует своя ε (см. рис. 2).

В дальнейшем мы проводим усреднение всех интересующих нас величин по распределению складок. Пусть V_0 - суммарный объем "компонентов", V - объем системы, $\Delta V = V - V_0$ - "дефект объема" или объем, приходящийся на поверхность. Предполагается, что $\Delta V/V \ll 1$.

Введем нормированную на единицу "многочастичную" функцию распределения складок $W(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots)$

$$\int W(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots) d\mathbf{a}_1 d\mathbf{a}_2 \dots = 1, \quad (3)$$

которая задает расположение всех точек поверхности раздела в пространстве. W определяет плотность вероятности того, что 1-я точка поверхности имеет координату \mathbf{a}_1 , вторая - \mathbf{a}_2 и т.д. Набор функций распределения низшего порядка определим следующим образом:

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{a}_1) &= V \int W(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots) d\mathbf{a}_2 \dots = 1, \\ f_2(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) &= V(V - \Delta V) \int W(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots) d\mathbf{a}_3 \dots, \\ f_3(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) &= V(V - \Delta V)(V - 2\Delta V) \int W(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots) d\mathbf{a}_4 \dots, \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

Парные, тройные и т.д. корреляторы вводятся стандартными соотношениями

$$f_2(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = f_1(\mathbf{a}_1)f_1(\mathbf{a}_2) - g_2(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} f_3(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) &= f_1(\mathbf{a}_1)f_1(\mathbf{a}_2)f_1(\mathbf{a}_3) - f_1(\mathbf{a}_1)g_2(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) - f_1(\mathbf{a}_2)g_2(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3) \\ &\quad - f_1(\mathbf{a}_3)g_2(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) - g_3(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3), \end{aligned}$$

...

В дальнейшем все многочастичные корреляторы сводятся к произведению парных

$$g_N(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N) = \prod_{i,j} g_2(\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j).$$

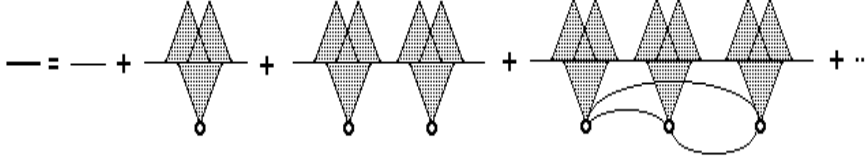


Рис. 3: Ряд ТВ для усредненного фотонного пропагатора в системе.

Условие нормировки парного коррелятора с учетом соотношений (3) -(5) имеет вид

$$\int g_2(\mathbf{r})d\mathbf{r} = \Delta V. \quad (6)$$

Степенной закон спада парных корреляций в расположении отдельных фрагментов - характерная особенность любой фрактальной системы неоднородностей. Например, в обычной случайной плотной упаковке частиц эти корреляции спадают существенно быстрее (по экспоненциальному закону) и на масштабах порядка нескольких расстояний между частицами от них мало что остается. В нашем случае с учетом (6) коррелятор $g_2(\mathbf{r})$ между произвольной парой складок, принадлежащих одному и тому же масштабу, выглядит следующим образом:

$$g_2(r) = \frac{d}{4\pi} \frac{\Delta V}{L^d} \frac{1}{r^{3-d}}, \quad (7)$$

где L - характерный размер системы и d - фрактальная размерность.

Появляющиеся в дальнейшем средние от произведения функций $\eta^a(\mathbf{r})$, используя (4)-(6), выражаются через g_2 . Простейший пример - следующий

$$\begin{aligned} \langle \eta^{a_1}(\mathbf{r}_1)\eta^{a_2}(\mathbf{r}_2) \rangle &= \int \eta^{a_1}(\mathbf{r}_1)\eta^{a_2}(\mathbf{r}_2)W_N(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots)d\mathbf{a}_1d\mathbf{a}_2\dots \\ &= \frac{1}{V(V - \Delta V)} \int \eta^{a_1}(\mathbf{r}_1)\eta^{a_2}(\mathbf{r}_2)f_2(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) d\mathbf{a}_1d\mathbf{a}_2 = \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 - \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 g_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \end{aligned}$$

Ряд ТВ для усредненного фотонного пропагатора D в системе представлен на рис. 3. Дугообразная линия здесь - парный коррелятор g_2 в расположении складок рассматриваемого масштаба, кружку сопоставляется множитель $\Delta V/V$, тонкая горизонтальная линия - вакуумный фотонный пропагатор в калибровке с нулевым скалярным потенциалом

$$D_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (\delta_{\alpha\beta} - \frac{c^2}{\omega^2} \nabla_\alpha \nabla'_\beta) \frac{e^{-i\omega|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/c}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (8)$$

Суммирование ряда сводится к решению уравнения Дайсона рис. 4 с массовым оператором Σ , представленным там же.

Чем больше число N одновременно скоррелированных складок того или иного выбранного масштаба в характерной диаграмме для массового оператора

где L - характерный размер системы, а L_0 - корреляционная длина для складок с размером $\lambda_0 \rightarrow 0$.

Сначала займемся решением уравнения рис. 2 для t . Мы предполагаем, что D выглядит точно так же как пропагатор в однородной среде с неизвестной (пока) эффективной диэлектрической проницаемостью ε :

$$D_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{c^2}{\varepsilon\omega^2} \nabla_\alpha \nabla'_\beta \right) \frac{e^{-i|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\omega\sqrt{\varepsilon}/c}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (11)$$

В диаграммах рис. 2 достаточно иметь дело с незапаздывающей частью пропагатора D :

$$D_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{c^2}{\varepsilon\omega^2} \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (12)$$

где $Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1}$. В этом случае первое слагаемое справа на рис. 2 имеет вид:

$$\frac{\omega^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon)^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon)^2 (\varepsilon_3 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^5 (4\pi)^2} \eta^a(\mathbf{r}) \eta^a(\mathbf{r}') \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}').$$

Если искать решение уравнения рис. 2 как

$$t_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \eta^a(\mathbf{r}) \eta^a(\mathbf{r}') \nabla_\alpha \nabla'_\beta F(\mathbf{r}, \mathbf{r}'),$$

то нахождение F сводится к решению простого алгебраического уравнения. В результате

$$t_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\eta^a(\mathbf{r}) \left(\frac{\omega}{4\pi\varepsilon} \right)^2 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon)^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon)^2 (\varepsilon_3 - \varepsilon)^2}{(\varepsilon^3 + (\varepsilon_1 - \varepsilon)(\varepsilon_2 - \varepsilon)(\varepsilon_3 - \varepsilon))} \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}').$$

В режиме сильной перенормировки λ , который для нас наиболее интересен, $|\varepsilon| \gg 1$. Предположим, что $|\varepsilon| \gg |\varepsilon_i|$ ($i = 1, 2, 3$). В этом случае

$$t_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \eta^a(\mathbf{r}) \frac{1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3} \left(\frac{\varepsilon\omega}{4\pi} \right)^2 \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (13)$$

Подставим выражения (10), (12) и (13) в уравнение Дайсона рис. 4 с массовым оператором рис. 5. Воспользуемся тождеством

$$\Delta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (14)$$

и приближением

$$\prod_{i,j}^N g(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = g^{\frac{N_c(N_c-1)}{2}}(L_c),$$

которое можно рассматривать как формальное определение корреляционного блока или корреляционной длины. Учитывая связь (1), уравнение Дайсона превращается в алгебраическое уравнение для ε , в котором N_c играет роль параметра:

$$\frac{1}{\varepsilon} = 1 - \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3} \right]^{N_c} g^{\frac{N_c^2}{2}}(L_c). \quad (15)$$

Последнее слагаемое справа в нем связано с вкладом в уравнение Дайсона единственной оставленной нами диаграммы для массового оператора Σ . В соответствии с нашими предположениями, число скоррелированных в ней складок выбранного масштаба определяется из условия, что при $N > N_c$ вклад этой диаграммы в Σ начинает уменьшаться. Рассматривая это слагаемое как функцию N_c и используя (1), (7) и (10), нетрудно показать, что она имеет максимум при выполнении следующего соотношения

$$\frac{d}{4\pi} \frac{\Delta V}{L_c^3} \frac{L_c^d}{L^d} = 1. \quad (16)$$

С учетом (1) и (10) из последнего соотношения следует, что

$$|\varepsilon| = \left(\frac{d}{4\pi} \frac{\Delta V}{V} \right)^{\frac{2}{d-3}}. \quad (17)$$

При выполнении условия (16) из (8) следует, что $g(L_c) = 1$. Уравнение (15) в этом случае существенно упрощается. При $|\varepsilon| \gg 1$ из него следует, что

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (18)$$

Последнее легко понять, если учесть, что в любой точке пространства одновременно присутствуют все три составные части системы.

Условие (18) выполняется в двух случаях: если число "компонентов" $n \gg 1$ (в этом случае $\varepsilon = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$) и если собственная диэлектрическая проницаемость компонентов $\varepsilon_i \gg 1$. Большая величина ε_i характерна для металлов в далекой ИК-области спектра ($\lambda \sim 10^2 - 10^3$ мкм). В этом диапазоне $|\varepsilon_i| \sim 10^5$. Кроме того, собственное поглощение металлов здесь весьма невелико. Именно этим диапазоном λ мы и будем интересоваться.

Как следует из (17), условие $|\varepsilon| \gg 1$ требует выполнения следующих условий: $\Delta V/V \ll 1$ и $d \rightarrow 3$. Будем считать, что они выполнены. В этом случае $|\varepsilon| \rightarrow \infty$ и $\lambda_{\text{int}} \rightarrow \lambda_0 \rightarrow 0$. Условие $d \rightarrow 3$ означает, что поверхность раздела заполняет весь отведенный ей объем ΔV .

3. Локализованный свет

Как известно, условие унитарности S-матрицы, связывающей волновую функцию системы "фотон+рассеиватель" до и после рассеяния

$$\Psi_{out} = S\Psi_{in}, \quad (19)$$

выглядит следующим образом:

$$(S^+S)_{ab} = \delta_{ab},$$

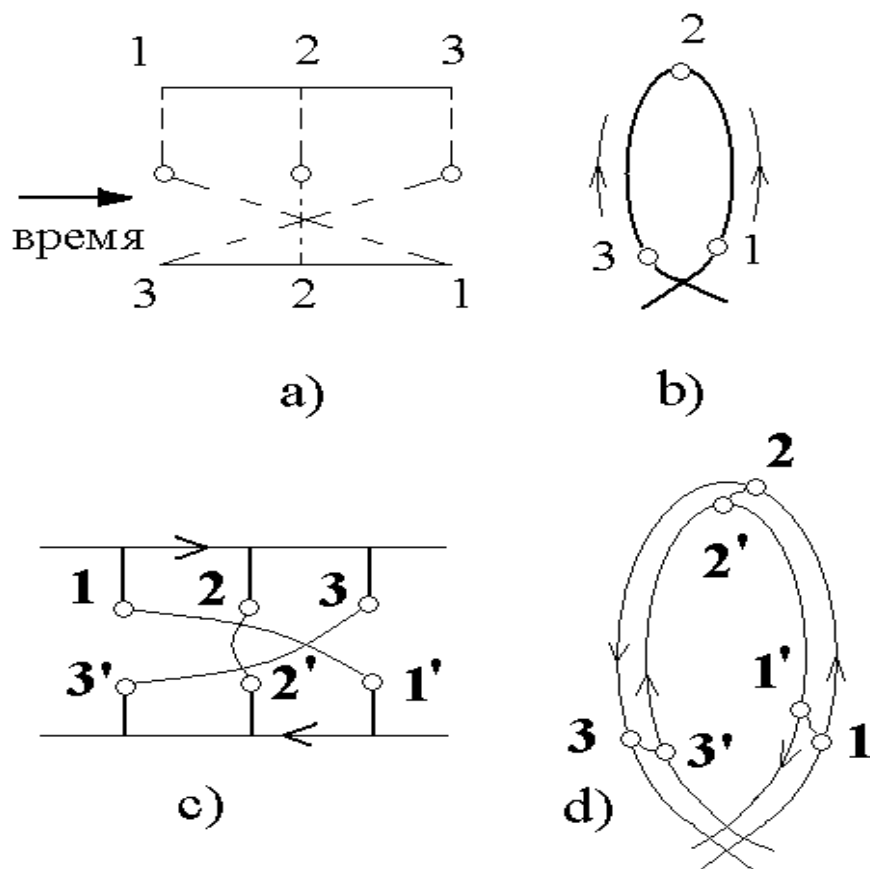


Рис. 8: Типичная веревная диаграмма в системе трех рассеивателей, ее физический смысл и обобщение на случай скоррелированных рассеивателей

где a и b - начальное и конечное состояния фотона, а крест обозначает операцию эрмитова сопряжения. Если ввести амплитуду перехода фотона из состояния a в состояние b , связанную с S-матрицей соотношением

$$S_{ab} = \delta_{ab} - 2\pi i \frac{2\pi c^2}{\omega V} \delta(\omega_a - \omega_b) \mathfrak{S}_{ab},$$

где ω_a и ω_b - энергии фотона в состояниях a и b , $\omega = \omega_a = \omega_b$ и V - нормировочный объем, условие унитарности переписывается в виде

$$i(\mathfrak{S}_{ab} - \mathfrak{S}_{ba}^*) = 2\pi \sum_f \mathfrak{S}_{fa}^* \mathfrak{S}_{fb} \delta(\omega_a - \omega_f).$$

Отождествляя суммирование по промежуточным состояниям f с интегрированием по состояниям промежуточного импульса \mathbf{p}_f

$$\sum_f \rightarrow \sum_{p_f} \rightarrow \int d\mathbf{p}_f / (2\pi)^3 = \int \frac{V p_f^2 d\mathbf{n}_f dp_f}{(2\pi)^3 d\omega_f},$$

имеем

$$2\pi i \frac{c}{\omega} (\mathfrak{S}_{ab} - \mathfrak{S}_{ba}^*) = \sigma_{ab}, \quad (20)$$

где

$$\sigma_{ab} = \int \mathfrak{S}_{fa}^* \mathfrak{S}_{fb} d\mathbf{n}_f \quad (21)$$

и \mathbf{n}_f - единичный вектор в направлении рассеянного кванта. При $a = b$

$$\sigma = \sigma_{aa} = 2\pi i \frac{c}{\omega} (\mathfrak{S}_{aa} - \mathfrak{S}_{aa}^*) = 4\pi \frac{c}{\omega} \text{Im} \mathfrak{S}(0), \quad (22)$$

где $\mathfrak{S}(0)$ - амплитуда рассеяния на нулевой угол. Последнее соотношение известно как оптическая теорема.

В системе рассеивателей амплитуда перехода виртуального фотона от одного рассеивателя к другому определяется следующим рядом теории возмущений (ТВ)

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{ab} = & \int P_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \mathbf{D}_{\beta\gamma}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mathbf{P}_{\gamma\nu}^b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \\ & + \int P_{\alpha\beta}^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \mathbf{D}_{\beta\gamma}^0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mathbf{P}_{\gamma\mu}^c(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) \mathbf{D}_{\mu\varepsilon}^0(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \mathbf{P}_{\varepsilon\nu}^b(\mathbf{r}_4, \mathbf{r}') d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 + \dots, \end{aligned}$$

в графической форме представленном на рис. 6.

После осреднения $d\sigma_{ab}/d\mathbf{n}_f$ по положению рассеивателей наряду с обычными "лестничными" диаграммами, показанными на рис. 7 а, появляются диаграммы с "веерами", показанные на рис. 7 б. Диаграммам рис. 7 а соответствуют "диагональные" члены σ_{aa} , диаграммам рис. 7 б - "недиагональные" σ_{ab} ($a \neq b$). Недиagonalные элементы σ_{ab} , как это видно из (19), могут быть комплекснозначными.

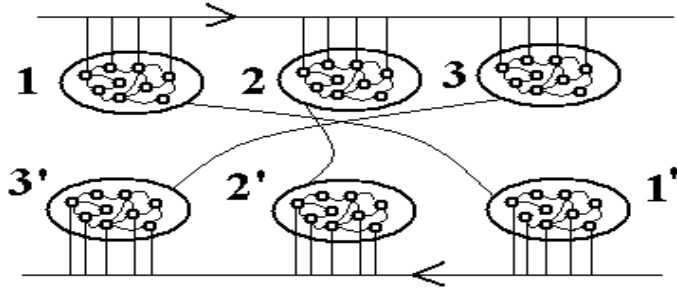


Рис. 9: Обобщение диаграммы рис. 8 для скоррелированных складок

Так как $D_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'|\omega) = \mathbf{D}_{\beta\alpha}^0(\mathbf{r}', \mathbf{r}|\omega)$, нетрудно видеть, что дифференциальное сечение $d\sigma_{ab}/d\mathbf{n}_f$ можно переписать в виде

$$\frac{d\sigma_{ab}}{d\mathbf{n}_f} = \mathfrak{S}_{af}^* \mathfrak{S}_{fb}.$$

Первый множитель справа приписывается верхнему берегу диаграмм рис. 7 для σ_{ab} , второй - нижнему.

Верные диаграммы (см. рис. 8 а) описывают интерференцию амплитуд, соответствующих двум альтернативным способам обхода фотоном изображенной на рис. 8 б замкнутой петли, на которой расположены всего три рассеивателя. Верхний берег диаграммы соответствует, например, обходу цепочки рассеивателей 1-2-3 против хода часовой стрелки, нижний - обходу рассеивателей 3-2-1 по ходу часовой стрелки. Набег фазы при движении по петле нулевой ($\Delta\varphi = \oint \mathbf{k} d\mathbf{r} = 0$), поэтому обе амплитуды интерферируют конструктивно. Собственно, в этом формальная причина тех интерференционных поправок, вызывающих аномально высокую вероятность "разворота" фотона, о которой говорилось выше.

В нашем случае роль рассеивателей играют скоррелированные складки границы раздела. Учет корреляций производится следующим образом. На первом этапе диаграмма рис. 8 а заменяется диаграммой рис. 8 с. Соответственно вместо петли рис. 8 б рассматривается петля, изображенная на рис. 8 d. Расположение рассеивателей 1', 2', 3' скоррелировано с расположением рассеивателей 1, 2, 3 соответственно. Парные корреляторы изображены дугообразными линиями. Другими словами, "верхний" фотон последовательно обходит петлю, составленную из складок 1, 2, 3, нижний - скоррелированную с ней петлю, составленную из складок 1', 2', 3'. На втором этапе складки 1, 2, 3 и 1', 2', 3' заменяются группами из N_c скоррелированных складок. На рис. 9 эти складки заключены в овалы. Складки, принадлежащие одному и тому же овалу, все без исключения охвачены парными корреляциями. Скоррелированы также все складки, принадлежащие блокам 1 - 1', 2 - 2' и

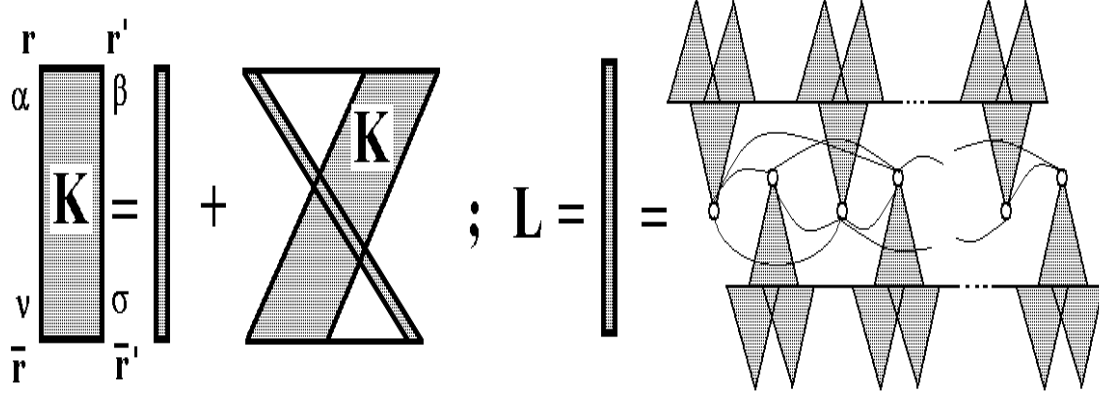


Рис. 10: Интегральное уравнение для K

$3 - 3'$ соответственно. Множество парных корреляторов, соединяющих складки этих блоков, чтобы не загромождать рисунок, символически заменены одним единственным коррелятором. Все потенциалы взаимодействия безусловно следует заменить t -матрицами, определенными на рис. 2.

Подробное строение отдельной перекладки (блок диаграмм L) используемого в дальнейшем веерного ряда представлено на рис. 10. Уравнение для суммы этого ряда - блока веерных диаграмм K представлено здесь же. Все парные корреляторы $g_2(r)$ внутри овалов мы заменяем на $g_2(L_c)$. Парные корреляции между складками овалов верхнего и нижнего берегов диаграмм рис. 9 описываются "правильными" степенными корреляторами (7). Корреляторов $g_2(L_c)$, соединяющих складки одного и того же корреляционного блока $N_c(N_c - 1)$, корреляторов, соединяющих складки верхних и нижних блоков - N_c^2 . Вакуумные пропагаторы заменяются на усредненные по положению рассеивателей незапаздывающие фотонные пропагаторы (жирные горизонтальные линии), имеющие вид

$$D_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{c^2}{\bar{\epsilon}\omega^2} \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{c^2}{\bar{\epsilon}\omega^2} \left[4\pi\delta(\mathbf{R}) \left(\delta_{\alpha\beta} - 4\frac{R_\alpha R_\beta}{R^2} \right) - \frac{1}{R^3} \left(\delta_{\alpha\beta} - 3\frac{R_\alpha R_\beta}{R^2} \right) \right], \quad (23)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $Q(\mathbf{r}) = |\mathbf{r}|^{-1}$, и отличающиеся от незапаздывающего пропагатора

$$D_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{c^2}{\omega^2} \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (24)$$

присутствием $\bar{\epsilon}$ в знаменателе.

Виртуальные фотоны верхнего и нижнего берегов многократно переотражаясь между парами складок последовательно обходят все эти пары. С парами складок, на которых происходит заикливание, можно отождествить, к примеру, противоположные стенки более крупной складки. Таковы наши приближения.

Для выяснения физического смысла возможных мнимых составляющих σ_{ab} воспользуемся уравнением неразрывности, связывающим плотность фотонов ρ в некотором содержащем складки объеме, ограниченном замкнутой поверхностью, и плотностью потока \mathbf{j} излучения через эту поверхность

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0,$$

Проинтегрировав по объему, имеем

$$\frac{dN}{dt} + J = 0, \quad (25)$$

где $J = \oint \mathbf{j} d\mathbf{S}$ - полный поток излучения через поверхность и N - число фотонов внутри поверхности. Учитывая, что поток рассеянного излучения \mathbf{j}_{n_f} в направлении, характеризуемым единичным вектором \mathbf{n}_f , связан с дифференциальным сечением рассеяния \mathbf{n}_f соотношением

$$\mathbf{j}_{n_f} = I_0 d\sigma / d\mathbf{n}_f,$$

где I_0 - плотность потока падающего излучения, соотношение (25) можно переписать в виде

$$\frac{dN}{dt} + I_0 \sigma = 0, \quad (26)$$

где $\sigma = \int (d\sigma / d\mathbf{n}_f) d\mathbf{n}_f$ - полное сечение рассеяния. Если бы сечение было мнимым ($\sigma = i\sigma_2$), удовлетворить уравнению (26) можно было, предположив, что среди N фотонов, находящихся внутри объема, найдутся N_0 фотонов, которые не покидают этот объем, а осциллируют в нем

$$N_0(t) \sim \bar{N}_0 \exp(-i\omega t), \quad (27)$$

равно как и плотность потока падающего излучения, которая именно этими фотонами и обусловлена:

$$I_0 \sim \bar{I}_0 \exp(-i\omega t).$$

Среднее число осциллирующих фотонов \bar{N}_0 находится после отделения мнимой части уравнения (26):

$$\bar{N}_0 = \frac{\bar{I}_0}{\omega} \sigma_2. \quad (28)$$

К чему приводит существование действительной части сечения σ_1 ? Внутри объема по-прежнему будут осциллирующие фотоны, но их число уменьшается со временем:

$$N_0 = \bar{N}_0 \exp(-i\omega t) \exp(\delta t).$$

После подстановки N_0 и I_0 в (26) и отделения действительных и мнимых частей кроме уравнения (28) получается еще одно уравнение, определяющее показатель экспоненты δ :

$$\delta = -\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \omega.$$

Таким образом, "среднее" число осциллирующих фотонов

$$\overline{N_0}(t) = \frac{\sigma_2 \overline{I_0}}{\omega} \exp\left(-\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \omega t\right). \quad (29)$$

Характерное время жизни этих фотонов $\tau \sim (\sigma_2/\sigma_1)T$, где T - период падающей электромагнитной волны.

Заметим, что речь идет о виртуальных фотонах. Как N_0 , так и I_0 - характеристики именно таких фотонов, не связанных ни с детектором, ни с источником излучения, и недоступных для непосредственного наблюдения. Эти фотоны отличаются от реальных фотонов - тех, что либо попадают в детектор либо испускаются источником. Виртуальный или пропагаторный фотон (как еще говорят, фотон, находящийся вне массовой поверхности) в данный момент времени может находиться где угодно, у нас нет никакой информации о нем. Его волновая функция занимает все пространство, локализуясь в точку только в момент регистрации (происходит т.н. коллапс волновой функции). Подобно тому, как время t и координата \mathbf{r} виртуального фотона являются двумя независимыми параметрами, независимыми являются и их фурье образы: частота ω и волновой вектор \mathbf{k} . Именно поэтому виртуальный свободный фотон описывается не плоской электромагнитной волной, а пропагатором $D_0(\mathbf{k}, \omega)$. Для реального фотона, зная ω , мы однозначно определяем $k = \omega/c$ и $\lambda = 2\pi/k$. Для виртуального - при заданной ω волновое число k может быть любым, равно как любым может быть и λ .

Движущиеся по замкнутым траекториям осциллирующие фотоны мы отождествляем с локализованными в системе складок фотонами.

Физический смысл соотношения (21) и "недиагональных" элементов σ_{ab} теперь становится прозрачным. Оптическая теорема утверждает, что разность между амплитудами прямого и обратного прохождения фотоном частицы a связана с упругим рассеянием света на этой частице во все стороны. Соотношение (2) обобщает это положение. В системе частиц разность между амплитудами прохождения маршрута "частица a - частица b " туда и обратно определяется не только упругим рассеянием, но и зацикливанием света между этими частицами. Это зацикливание или локализация описывается комплексными составляющими σ_{ab} .

3. Сечение локализации и свойства локализованных фотонов

Сечение локализации получается присоединением к блоку диаграмм K волновых функций падающего $\mathbf{e}_f e^{-i\mathbf{k}_f \mathbf{r}}$ и "рассеянного" $\mathbf{e}_f e^{i\mathbf{k}_f \mathbf{r}}$ фотонов (\mathbf{e} - единичные векторы поляризации) (см. рис. 11).

Если время удержания локализованного света в системе мало (например, порядка периода T падающей электромагнитной волны), процесс локализации практически неотличим от обычного упругого рассеяния и его можно назвать рассеянием с задержкой. В этом случае \mathbf{n}_f можно отождествить с направлением рассеянного света.

$$\frac{d\sigma}{dn_f} = \text{K}$$

Рис. 11: Дифференциальное сечение рассеяния.

Дифференциальное сечение рассеяния с задержкой в соответствии с рис.11 может быть представлено в виде

$$\frac{d\sigma}{dn_f} = e_{i\alpha} e_{f\beta} e_{f\sigma} e_{iv} \int K_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) \exp [i(-\mathbf{k}_i \mathbf{r} + \mathbf{k}_f \mathbf{r}' - \mathbf{k}_f \bar{\mathbf{r}}' + \mathbf{k}_i \bar{\mathbf{r}})] d\mathbf{r} d\mathbf{r}' d\bar{\mathbf{r}}' d\bar{\mathbf{r}}. \quad (30)$$

Если же время жизни локализованного кванта велико, локализация превращается в дополнительное поглощение.

Просуммируем ряд рис. 10. Ядро L в соответствии с рис. 10, составляет группа из $2N_c$ скоррелированных складок рассматриваемого масштаба. Используя выражение (19), L можно представить в виде:

$$L_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) = \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^{2N_0} \left(\frac{\omega}{4\pi}\right)^4 |\varepsilon|^2 g^{N_0^2}(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}) \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \bar{\nabla}'_\sigma \bar{\nabla}_\nu Q(\bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}).$$

Уравнение рис. 10 для K имеет вид:

$$K_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) = L_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) + \int L_{\alpha\gamma\nu\mu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}_2) D_{\gamma\delta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) D_{\mu\varepsilon}^*(\bar{\mathbf{r}}_2, \bar{\mathbf{r}}_1) K_{\delta\beta\varepsilon\nu}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}_1, \bar{\mathbf{r}}) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\bar{\mathbf{r}}_2 d\bar{\mathbf{r}}_1. \quad (31)$$

Порядок следования тензорных индексов и аргументов понятен из рис. 10. Решение этого уравнения ищем в виде

$$K_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) = \frac{\partial^4}{\partial r_\alpha \partial r'_\beta \partial \bar{r}'_\sigma \partial \bar{r}_\nu} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}). \quad (32)$$

Интегрирование по частям с использованием тождества (14) и выражения (19) для незапаздывающих пропагаторов позволяют получить следующее выражение для K :

$$K_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) = \left(\frac{\omega}{4\pi}\right)^4 |\varepsilon|^2 \alpha g^{N_0^2}(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}) \left(\mathbf{1} + \frac{\alpha \mathbf{g}^{N_0^2}(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})}{\mathbf{1} - \alpha \mathbf{g}^{N_0^2}(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})} \right) \nabla_\alpha \nabla'_\beta Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \bar{\nabla}'_\sigma \bar{\nabla}_\nu Q(\bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}), \quad (33)$$

где

$$\alpha = \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^{2N_c}.$$

Используя явный вид K и интегральное представление

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{4\pi}{k^2} \exp(i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) d\mathbf{k},$$

выражение (30) удобно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\mathbf{n}_f} &= (4\pi)^2 \left(\frac{\omega}{4\pi}\right)^4 |\varepsilon|^2 V \frac{1}{(2\pi)^3} \\ &\times \int \alpha g^{N_0^2}(\mathbf{x}) \left(1 + \frac{\alpha g^{N_0^2}(\mathbf{x})}{1 - \alpha g^{N_0^2}(\mathbf{x})}\right) \frac{k_\alpha k_\beta k_\sigma k_\nu}{k^4} e^{i\mathbf{k}_f \mathbf{y}} e^{-i\mathbf{k}_i \mathbf{x}} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x} - \mathbf{y})} d\mathbf{x} d\mathbf{y} d\mathbf{k} \end{aligned} \quad (34)$$

Воспользуемся тождеством

$$\begin{aligned} (2\pi)^{-3} \int \frac{k_\alpha k_\beta k_\sigma k_\nu}{k^4} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}) d\mathbf{R} &= \delta(\mathbf{R}) [4(n_\alpha n_\beta \delta_{\sigma\nu} + n_\alpha n_\sigma \delta_{\beta\nu} + n_\alpha n_\nu \delta_{\beta\sigma}) \\ &\quad - 4n_\alpha n_\beta n_\sigma n_\nu - \delta_{\alpha\beta} \delta_{\sigma\nu} - \delta_{\alpha\sigma} \delta_{\beta\nu} - \delta_{\alpha\nu} \delta_{\beta\sigma}] \\ &\quad - \frac{1}{\pi r^3} \left[\frac{1}{4} (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\sigma\nu} + \delta_{\alpha\sigma} \delta_{\beta\nu} + \delta_{\alpha\nu} \delta_{\beta\sigma}) + \frac{15}{4} n_\alpha n_\beta n_\sigma n_\nu \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} (n_\alpha n_\beta \delta_{\sigma\nu} + n_\alpha n_\sigma \delta_{\beta\nu} + n_\alpha n_\nu \delta_{\beta\sigma}) \right], \end{aligned} \quad (35)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$. Нетрудно видеть, что основной вклад в (34) связан с сингулярной составляющей выражения (35). Несложные вычисления позволяют привести содержащийся в (34) интеграл к виду

$$\frac{1}{15} (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\sigma\nu} + \delta_{\alpha\sigma} \delta_{\beta\nu} + \delta_{\alpha\nu} \delta_{\beta\sigma}) \int \alpha g^{N_0^2}(\mathbf{x}) \left(1 + \frac{\alpha g^{N_0^2}(\mathbf{x})}{1 - \alpha g^{N_0^2}(\mathbf{x})}\right) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (36)$$

где $\mathbf{q} = 2\mathbf{k} \sin \theta/2$, $\mathbf{k} \equiv \mathbf{k}_i \equiv \mathbf{k}_f$ и θ - угол рассеяния. После интегрирования по угловым переменным второй интеграл в (36) удобно переписать следующим образом

$$\int_0^1 \frac{\gamma \sin \beta \xi}{\beta \xi} \xi^2 \frac{d\xi}{\xi^s - \gamma}, \quad (37)$$

где $\beta = qL$, $s = (3-d)N_c^2$, $\gamma = \alpha \delta^{N_c^2}$ и $\delta = d\Delta V/(4\pi V)$. Этот интеграл расходится, но существует в смысле главного значения.

Мнимая часть интеграла, связанная с обходом полюса лежащего на действительной оси, вычисляется без всякого труда:

$$i \frac{\pi r^3 \sin \beta r_0}{s \beta r_0}, \quad (38)$$

где $r_0 = \delta^{1/(3-d)}$. Для вычисления действительной части интеграла поступим следующим образом. При $N_c \gg 1$ параметр s - огромная величина. Без ущерба для

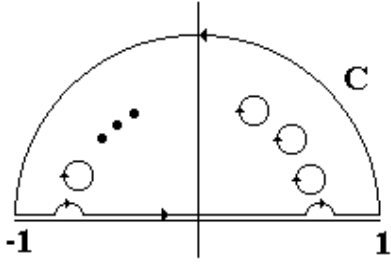


Рис. 12: Контур, используемый при вычислении интеграла в (37).

общности предположим, что s - четное число и, более того, $s = 4m$. Тогда выражение (37) можно представить как

$$\operatorname{Re} \int_0^1 \frac{\gamma \sin \beta \xi}{\beta \xi} \xi^2 \frac{d\xi}{\xi^s - \gamma} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-1}^1 \frac{\gamma \sin \beta \xi}{\beta \xi} \xi^2 \frac{d\xi}{\xi^s - \gamma}. \quad (39)$$

Аналитически продолжим подынтегральную функцию в (39) в комплексную плоскость и рассмотрим интеграл

$$\frac{\gamma}{\beta} \int_C z \frac{e^{i\beta z}}{z^s - \gamma} dz \quad (40)$$

вдоль контура, представленного на рис. 12. Особенности подынтегрального выражения - полюсы, равномерно заполняющие полуокружность радиуса r_0 . Интеграл по большому полуокругу пренебрежимо мал. Обход полюсов, лежащих на действительной оси, дает $2\pi r_0^2 \cos(\beta r_0)/(\beta s)$. Вклад в интеграл вдоль контура, охватывающего полюс, лежащий на мнимой оси, равен $-2\pi r_0^2 \exp(-\beta r_0)/(\beta s)$. Интегралы вдоль цепочки окружностей бесконечно малого радиуса, внутри которых расположены полюсы, каждый из которых характеризуется углом $\varphi_k = \pi k/(2m)$ ($k = 1, 2, \dots, 2m - 1$) в сумме дают

$$\frac{4\pi i r_0^2}{\beta s} \sum_{k=1}^{2m-1} \cos(2\varphi_k + \beta r_0 \exp(i\varphi_k)). \quad (41)$$

Фигурирующая в (41) комбинация $\beta r_0 \ll 1$. Это существенно упрощает процедуру суммирования. В результате главное значение интеграла в (37) определяется следующим выражением

$$\frac{1}{2} (p.v.) \int_{-1}^1 \frac{\gamma \sin(\beta \xi)}{\beta \xi} \xi^2 \frac{d\xi}{\xi^s - \gamma} = \frac{2\pi r_0^3}{s} \operatorname{ctg} \left(\frac{6\pi}{s} \right) - \frac{\pi r_0^3}{s} \approx \frac{r_0^3}{3}. \quad (42)$$

Окончательно второе слагаемое под интегралом в (34) может быть представлено следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{dn_f} = \frac{1}{4} L^2 \left(\frac{\omega L}{c} \right)^4 \left(\frac{d}{4\pi} \frac{\Delta V}{V} \right)^{1/(d-3)} \left(\frac{1}{6\pi} + i \frac{1}{(3-d)N_c^2} \right) F(\theta), \quad (43)$$

где "угловая" функция $F(\theta)$ имеет вид:

$$F(\theta) = \frac{1 + 2(\mathbf{e}_i \mathbf{e}_f)^2}{15} \delta_{k_i, -k_f} + \frac{(\mathbf{e}_i \mathbf{k}_f)^2 (\mathbf{e}_f \mathbf{k}_i)^2}{(\mathbf{k}_i + \mathbf{k}_f)^4} (1 - \delta_{k_i, -k_f}),$$

где \mathbf{e}_i и \mathbf{e}_f - единичные векторы поляризации падающего и рассеянного фотонов.

Соответствующие действительной и мнимой частям выражения (43) полные сечения, получающиеся интегрированием по всем направлениям \mathbf{n}_f , мы отождествляем с сечениями σ_1 и σ_2 соотношения (29), описывающего свойства локализованных фотонов. Эти сечения не имеют отношения к процессу рассеяния реальных фотонов, они описывают динамику уже локализовавшихся, недоступных для наблюдения фотонов.

Переход реальных фотонов в локализованное состояние описывается первой диаграммой ряда ТВ рис. 10 или не имеющим мнимой части первым слагаемым под интегралом в (34). Простые вычисления показывают, что сечение этого процесса

$$\left(\frac{d\sigma}{d\mathbf{n}_f} \right)_{loc} \sim L^2 \left(\frac{\omega L}{c} \right)^4 \left(\frac{d}{4\pi} \frac{\Delta V}{V} \right)^{4/(d-3)} F(\theta). \quad (44)$$

Другими словами, при $d \rightarrow 3$ закачка реальных фотонов в локализованное состояние чрезвычайно сильна.

Еще раз напомним, что дальнейшая судьба локализованного света определяется соотношением между σ_1 и σ_2 . При $\sigma_2/\sigma_1 \sim 1$ локализация длится недолго (время жизни локализованного фотона порядка периода падающей электромагнитной волны T), при $\sigma_2/\sigma_1 \gg 1$ локализация чисто внешне мало чем отличается от обычного поглощения, при $\sigma_2 = 0$ локализации нет. В нашем случае время жизни локализованных фотонов мало ($\sigma_2/\sigma_1 \sim T/(3-d)/N_c^2$), но вероятность локализации очень велика.

Некоторые интересные детали процесса выясняются при анализе выражения (44). Так, в случае рассеяния s-поляризованного света (вектор поляризации падающего и рассеянного квантов перпендикулярен плоскости рассеяния) $d\sigma_{loc}/d\mathbf{n}_f = 0$ за исключением рассеяния строго назад (пунктирная спица на рис. 12). Иными словами s-поляризованный свет не локализуется. Что касается р-поляризованного света (оба вектора поляризации лежат в плоскости рассеяния), то сечение локализации $d\sigma_{loc}/d\mathbf{n}_f \sim \sin^4(\theta/2)$, где θ - угол рассеяния. Индикатриса рассеяния р-поляризованного света, рассчитанная в соответствии с формулой (44), представлена на рис. 13 сплошной линией. Аномально увеличенное рассеяние в заднюю полусферу по сравнению с рэлеевской индикатрисой - яркая иллюстрация физической причины зацикливания света в системе.

В заключение этого раздела оценим величину N_c - число скоррелированных складок поверхности произвольно выбранного масштаба, в том числе и тех, чей характерный размер сравним с предельной перенормированной длиной волны λ_0 .

Предположим, что в произвольной точке системы имеется фотон и вычислим вероятность его возвращения в "точку старта". Такого рода процессы описываются

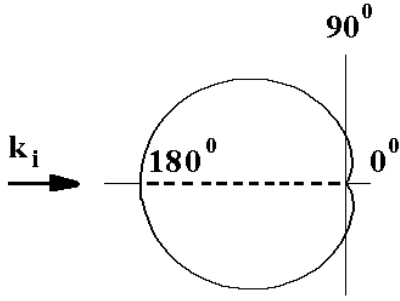


Рис. 13: Угловое распределение интенсивности р- и s-поляризованного света, рассеянного кластером

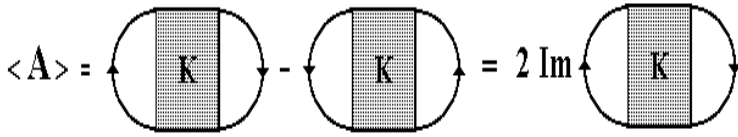


Рис. 14: Амплитуда возвращения фотона в точку старта.

замкнутыми петлями на траектории фотона. Осредненная амплитуда вероятности $\langle A \rangle$ возвращения представлена на рис. 14. Если обходу фотоном петли по часовой стрелке сопоставить амплитуду вероятности $a + ib$, то обратному по направлению обходу сопоставляется $a - ib$. Поэтому амплитуда вероятности возвращения фотона в точку старта при движении по петле определяется удвоенной мнимой частью амплитуды движения вдоль петли.

В соответствии с рис. 14 амплитуда вероятности $\langle A \rangle$ определяется выражением

$$\langle A \rangle = 2\text{Im} \int D_{\nu\alpha}(\bar{\mathbf{r}}, \mathbf{r}) K_{\alpha\beta\sigma\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}', \bar{\mathbf{r}}) D_{\beta\sigma}^*(\bar{\mathbf{r}}, \bar{\mathbf{r}}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' d\bar{\mathbf{r}}' d\bar{\mathbf{r}}. \quad (45)$$

Естественно потребовать, чтобы в условиях локализации амплитуда возвращения фотона была бы порядка единицы. Несложные вычисления, аналогичные проведенным выше, дают следующую оценку для N_c :

$$N_c \sim \left(\frac{\Delta V}{V} \right)^{\frac{1}{2(d-3)}}. \quad (46)$$

Например, при $\Delta V/V \sim 10^{-2}$ и $d = 2.9$ $N_c \sim 10^{10}$.

4. Локализация и эффект Ребиндера

Представим себе для наглядности плоскую щель, разделяющую два полубесконечных металла - упрощенную модель трещины в металле. Зальем

эту трещину эвтектикой индия и галлия. Наша задача - понять каким образом локализованный в системе складок эвтектики свет может способствовать исчезновению ван-дер-ваальсовского притяжения металлических берегов трещины.

Предполагается, что ответственным за электродинамические свойства металла является взаимодействующий через кулоновский потенциал газ электронов проводимости, находящийся в поле $u(\mathbf{r})$, созданном однородным положительным ионным фоном. Полный гамильтониан системы металл + электромагнитное поле имеет вид

$$H = H_0 + H_I,$$

где гамильтониан

$$H_0 = \frac{1}{2m} \int p^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \sum_{k,\lambda} \omega a_{k,\lambda}^+ a_{k,\lambda} - \int u(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

описывает невзаимодействующие электроны проводимости, находящиеся в поле $u(\mathbf{r})$, и свободное поперечное электромагнитное поле, $\rho(\mathbf{r}) = \psi^+(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})$ - оператор электронной плотности, $\mathbf{p}(\mathbf{r}) = -i\psi^+(\mathbf{r})\nabla\psi(\mathbf{r})$ - оператор плотности электронного импульса, $\psi^+(\mathbf{r})$ и $\psi(\mathbf{r})$ - операторы рождения и уничтожения электрона, m - масса электрона, $a_{k,\lambda}^+$ и $a_{k,\lambda}$ - операторы рождения и уничтожения фотона с волновым вектором \mathbf{k} , поляризацией λ ($\lambda = 1, 2$) и частотой $\omega = ck$. Гамильтониан взаимодействия электронов между собой и с электромагнитным полем имеет вид

$$H_I = \frac{e^2}{2} \int \delta\rho(\mathbf{r}) Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta\rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}d\mathbf{r}' - \frac{e}{mc} \int \mathbf{p}(\mathbf{r}) \mathbf{A}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \frac{e^2}{2m} \int \rho(\mathbf{r}) A^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (47)$$

где $Q(\mathbf{r}) = |\mathbf{r}|^{-1}$, $\delta\rho(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) - n(\mathbf{r})$, $n(\mathbf{r})$ - средняя плотность электронов проводимости, e - заряд электрона, \mathbf{A} - оператор векторного потенциала,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi c^2}{\omega V}} \sum_{k,\lambda} \mathbf{e}_{k,\lambda} \left(a_{k,\lambda}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} + a_{k,\lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right),$$

V - нормировочный объем, $\mathbf{e}_{k,\lambda}$ - единичный вектор поляризации.

Для наглядности удобнее переписать гамильтониан взаимодействия в виде символической суммы трех слагаемых

$$H_I = (\rho \mathbf{A}^2) + (\mathbf{p} \mathbf{A}) + (\delta\rho Q \delta\rho), \quad (48)$$

где скобки обозначают интегрирование по внутренним координатам и все недостающие по сравнению с (47) множители содержатся внутри них.

Амплитуды процессов, о которых далее пойдет речь, представлены на рисунках 15. Они конструируются из различных блоков гамильтониана (48). Соответствующие блоки выписаны рядом с каждым вертексом диаграмм. В этих диаграммах нетрудно узнать диаграммы, описывающие поправки ΔE к энергии взаимодействия

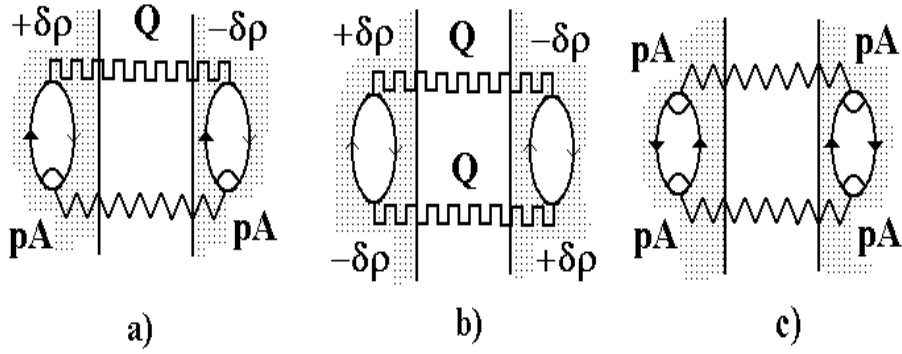


Рис. 15: Характерные диаграммы, описывающие взаимодействие двух берегов трещины.

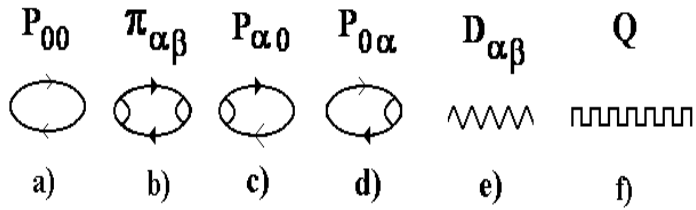


Рис. 16: Обозначения элементов диаграмм.

электронного газа берегов щели, связанные как с взаимодействием электронов между собой, так и с их взаимодействием с внешним электромагнитным полем

$$\Delta E = \frac{\langle 0 | H_I S | 0 \rangle}{\langle 0 | S | 0 \rangle},$$

где усреднение проводится по основному состоянию гамильтониана, а S - матрица определяется стандартным способом:

$$S = T \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{\infty} H^I(\tau) d\tau \right\} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_k T \{ H^I(t_1) H^I(t_2) \dots H^I(t_k) \},$$

где T - оператор хронологического упорядочения и $H^I(\tau) = \exp(iH_0\tau) H_I \exp(-iH_0\tau)$.

Микроскопические электронные процессы в неоднородной среде с характерным размером неоднородностей, сравнимым с длиной волны внешнего электромагнитного излучения, более разнообразны, чем в однородной. Типичное возбуждение в однородной среде - электронно-дырочную пару можно рассматривать как пару пространственно разделенных микрофлуктуаций зарядовой плотности $+\delta\rho$ и $-\delta\rho$. Это продольное возбуждение. Плоская электромагнитная волна, будучи возбуждением поперечного типа, в упругом канале рассеяния не способна возбудить электронно-дырочную пару (при неупругом рассеянии это возможно за счет квадратичного по векторному потенциалу слагаемого в гамильтониане взаимодействия). Зато она создает поперечное возбуждение - микрофлуктуацию тока или электронного импульса (ток, направленный вдоль вектора \mathbf{E} электромагнитной волны). Взаимная трансформация продольных и поперечных возбуждений в однородной среде невозможна. В неоднородной среде благодаря присутствию в задаче еще одного характерного вектора - вектора градиента электронной плотности, этот запрет снимается. Такая трансформация описывается т.н. смешанными неприводимыми поляризационными операторами $P_{0\alpha}$ и $P_{\alpha 0}$, введенными на рисунках 15 и 16. Эти операторы есть свертки операторов электронной плотности и плотности электронного импульса. На классическом языке такого рода трансформация известна как проявление эффектов пространственной дисперсии.

Неприводимому поляризационному оператору плотность-плотность P_{00} , представленному на рис. 16 а, соответствует выражение

$$P_{00}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \omega) = i \int_{-\infty}^{\infty} \langle T \rho(\mathbf{r}, \tau) \rho^*(\mathbf{r}', 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau = i \int_{-\infty}^{\infty} \langle T G_{00}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \tau) G_{00}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau.$$

Линии с тонкими стрелками, выходящие из "пустых" вершин петель - электронные и дырочные пропагаторы $G_{00}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \tau) = \psi^+(\mathbf{r}, \tau) \psi(\mathbf{r}', 0)$, T - оператор хронологического упорядочения.

Неприводимому поляризационному оператору импульс-импульс $\pi_{\alpha\beta}$, представленному на рис. 16 б, соответствует петля с "перечеркнутыми" вершинами и выражение

$$\pi_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \omega) = -i \int \langle T p_{\alpha}(\mathbf{r}, \tau) p_{\beta}^*(\mathbf{r}', 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau.$$

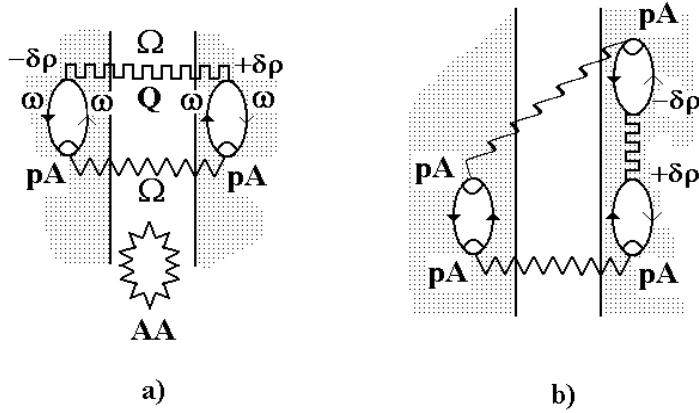


Рис. 17: Трансформация диаграммы а в диаграмму б, ответственная за разрушение трещины.

Выходящие из перечеркнутых вершин линии с толстыми стрелками - пропагаторы $G_{\alpha 0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \tau) = \nabla_{\alpha} \psi^{+}(\mathbf{r}, \tau) \psi(\mathbf{r}', 0)$, описывающие распространение тока в системе.

Смешанным неприводимым поляризационным операторам импульс-плотность $P_{\alpha 0}$ и плотность-импульс $P_{0\alpha}$ соответствуют выражения

$$P_{\alpha 0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \omega) = i \int \langle T p_{\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \delta \rho^{*}(\mathbf{r}', 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau = i \int \langle T G_{\alpha 0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \tau) G_{00}^{*}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau$$

и

$$P_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \omega) = i \int \langle T \delta \rho(\mathbf{r}, \tau) p_{\alpha}^{*}(\mathbf{r}', 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau = i \int \langle T G_{00}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \tau) G_{\alpha 0}^{*}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau.$$

И наконец, пилообразной линии фотонного пропагатора в поперечной калибровке, также представленной на рис. 16 е, соответствует выражение

$$D_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \omega) = i \int_{-\infty}^{\infty} \langle T A_{\alpha}(\mathbf{r}, \tau) A_{\beta}(\mathbf{r}', 0) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau.$$

Все неприводимые поляризационные операторы могут быть вычислены в рамках простейшего приближения случайных фаз [16]. Их явные выражения, приведенные в [12], нам не понадобятся.

За ван-дер-ваальсовское притяжение двух металлических образцов, разделенных узкой щелью, в низших порядках ТВ отвечает диаграмма рис. 15 а, содержащая два смешанных поляризационных оператора. Похожие диаграммы, не содержащие этих операторов, как это видно из рисунков 15 б и 15 с, не могут обеспечить это притяжение либо из-за сбалансированности зарядов на обоих берегах трещины, либо из-за полного отсутствия этих зарядов.

Какова же роль локализованного света в рассматриваемых процессах? Локализованный фотон - это замкнутая сама на себя линия фотонного пропагатора.

Для наглядности - это петля составленная из пилообразной линии фотонного пропагатора в поперечной калибровке (см. рис. 17 а). Такого рода самозамыкание фотонной линии - крайне маловероятный процесс, поэтому в системе должны быть соответствующие механизмы, обеспечивающие возможность такого самозамыкания. Один из них как раз и был рассмотрен в предыдущих разделах. Поэтому локализованным фотоном следовало бы назвать структуру, изображенную на рис. 14, однако для качественного понимания эффекта Ребиндера вполне достаточно представлять себе локализованный фотон так, как это сделано на рис. 17 а.

Итак, что же происходит при заполнении трещины эвтектикой? В ней появляется локализованный фотон, символически изображенный на рис. 17 а в виде замкнутой самой на себя линии поперечного фотонного пропагатора. Время его жизни мало и в дальнейшем происходит трансформация диаграммы рис. 17 а в диаграмму рис. 17 б, т.е. обе плотностные вершины $\delta\rho$ и $-\delta\rho$ оказываются теперь на одном и том же берегу трещины, что сопровождается появлением неприводимого поляризационного оператора $\pi_{\alpha\beta}$, описывающего возникновение микроскопического кольцевого тока на противоположном берегу. Без локализованного фотона такая трансформация была бы невозможна - не хватило бы пары векторных потенциалов. Их дает исчезающий локализованный фотон. В результате кулоновское притяжение "берегов" трещины исчезает и система разваливается. Такова физика эффекта Ребиндера.

Существует и еще более простое объяснение. Как известно, причина ван-дер-ваальсовского притяжения "берегов" затравочной микротрещины в металле - кулоновское взаимодействие флуктуаций разноименных зарядов на противоположных берегах. Этот эффект, называемый также эффектом Казимира, можно понять и из других соображений. В щели могут "разместиться" далеко не любые фотоны. Ширина плоской щели должна быть кратна полудлине стоячей волны, уместяющейся поперек щели. В то же время никаких ограничений на длины волн электромагнитного излучения в образующих щель металлических полупространствах нет. Внутри щели наблюдается явный недостаток виртуальных фотонов. Именно поэтому электромагнитное поле прижимает берега щели друг к другу. Локализованные в складках эвтектики фотоны восполняют этот недостаток - они оказываются в нужном месте в нужное время.

Используемые диаграммы легко понимаются на языке зонной теории. Дырка в правом верхнем углу диаграммы рис. 17 а спускается "вниз", ей навстречу "поднимается" токовое возбуждение (ток, создаваемый вектором \mathbf{E} электромагнитной волны), сопровождаемое появлением виртуального фотона (обозначен зигзагообразной линией), "перелетающего" на другой берег трещины. Там он снова создает токовое возбуждение, навстречу которому спускается дырка. Родившаяся на ее месте отрицательная флуктуация заряда возбуждает через кулоновское взаимодействие положительную флуктуацию на правом берегу (дырку). Круг замыкается. Столь же просто расшифровывается диаграмма рис. 17 б.

5. Заключение

Жидкая эвтектическая смесь - структура со сложной топологией. Граница раздела фаз и компонентов эвтектики изоморфна трехмерной конструкции Вады-Брауэра, разделяющей три разных субстанции в каждой своей точке. Такого рода поверхность обладает конечным объемом. Именно поэтому объем эвтектической смеси больше суммарного объема ее компонентов. Дефект объема приходится на поверхность раздела.

Образование эвтектической смеси - сложный динамический процесс, где определяющую роль играет взаимодействие вещества с электромагнитным полем. Система складок границы раздела фаз и компонентов эвтектики фрактальна, т.е. масштабна инвариантна, в ней существуют складки самых различных размеров. Зацикливание фотона в какой-нибудь сопоставимой по размеру с длиной волны внешнего излучения "резонансной" складке приводит к росту эффективной диэлектрической проницаемости системы ε , поскольку ε возрастает вблизи частоты любого электромагнитного резонанса. Возрастание ε в свою очередь приводит к уменьшению длины волны фотона в среде ($\lambda \rightarrow \lambda_{int} = \lambda/\sqrt{\varepsilon}$) и одновременному уменьшению его скорости ($v \rightarrow c/\sqrt{\varepsilon}$), частота фотона при этом не меняется ($\omega = 2\pi c/\lambda = 2\pi v/\lambda_{int}$). Фотон с уменьшенной длиной волны находит новую "резонансную" складку меньшего размера. Новое зацикливание вновь стимулирует возрастание ε и новое уменьшение λ_{int} и т.д. В пределе мельчайшие складки с характерным размером, стремящимся к нулю, заполняются виртуальными фотонами с $\lambda_{int} \rightarrow 0$. Скорость таких фотонов нулевая. Это и есть локализованный свет.

Затравочная трещина - необходимое условие для проявления жидкометаллического эффекта Ребиндера. Причина ван-дер-ваальсовского притяжения "берегов" трещины в металле - кулоновское притяжение флуктуаций зарядовой плотности противоположных знаков, индуцируемых поперечным электромагнитным полем на противоположных берегах трещины. Такого рода процессы запрещены в однородной среде, но становятся возможными в неоднородных электронных системах и описываются т.н. смешанными поляризационными операторами, описывающими трансформацию продольных электромагнитных возбуждений в поперечные и наоборот и изображенными на рис. 15 а. На классическом языке эти процессы обусловлены т.н. эффектами пространственной дисперсии. За счет исчезновения виртуального фотона, локализованного в трещине, заполненной эвтектикой, возможен переброс этих флуктуаций с противоположных берегов трещины на один и тот же берег, что приводит к "выключению" кулоновского притяжения берегов (см. рис. 17 а-б). Такой переброс не требует никакой дополнительной энергии. Все, что необходимо - два "лишних векторных потенциала", сверткой которых и является локализованный виртуальный фотон. Можно сказать, что сам факт существования и чрезвычайно короткое время жизни локализованных фотонов можно назвать спусковым крючком, запускающим процесс разрушения образца.

Подобно тому, как локализованный свет является причиной разрушения трещины в металле, заполненной эвтектикой, локализованный в складках эвтектики свет способен "снять" ван-дер-ваальсовское притяжение соседних складок самой

эвтектики и, тем самым, способствовать образованию в ней новых складок. Между локализацией света и процессом образования складок устанавливается обратная связь. Поэтому можно сказать, что образование эвтектической смеси - самоподдерживающийся динамический процесс.

Образование смесей, подобных эвтектическим, сопровождается увеличением объема системы, возникает т.н. дефект объема ΔV - объем смеси становится больше, чем суммарный объем компонентов. Не исключено, что дефект объема есть не что иное как произведение площади фрактальной поверхности раздела фаз и компонентов $S_\infty \rightarrow \infty$ и предельной длины волны виртуального фотона в системе $\lambda_{int} \rightarrow 0$. Другими словами, локализованные виртуальные фотоны с "нулевой" длиной волны тонким слоем "намазаны" по поверхности раздела фаз и компонентов, обладающей бесконечной площадью. Объем этого слоя и есть дефект объема.

Вычислена эффективная диэлектрическая проницаемость ε системы складок поверхности. При малом относительном дефекте объема $\Delta V/V$ и фрактальной размерности поверхности раздела $d \rightarrow 3$ ε чрезвычайно велика: $|\varepsilon| \sim (\Delta V/V)^{2/(d-3)}$. При $d \rightarrow 3$ поверхность практически полностью заполняет отведенный ей объем ΔV . Огромная величина ε подтверждает предложенную выше модель локализации.

Рассмотрены свойства локализованных в складках виртуальных фотонов. Эти свойства описываются недиагональными элементами матрицы сечения упругого рассеяния света системой складок. Установлены условия, при которых эти фотоны образуются, вычислено их время жизни. Эти фотоны ненаблюдаемы, однако, их существование оказывает существенное влияние на наблюдаемые характеристики системы, в частности, именно они вызывают жидкометаллический эффект Ребиндера. Процесс исчезновения этих фотонов является своеобразным спусковым крючком, запускающим жидкометаллический эффект Ребиндера.

На наш взгляд, похожие процессы происходят в системе, не имеющей, на первый взгляд, никакого отношения к эффекту Ребиндера - в обычной воде вблизи точки ее замерзания, в интервале от нуля до 4^0 . Как известно, свойства воды здесь во многом аномальны. В частности, с уменьшением температуры объем воды увеличивается. Мы предполагаем, что поверхность зародышей льда также фрактальна. Если это так, то возможна локализация поля в складках этой поверхности. Тепловое движение молекул стремится разрушить столь необходимые для локализации корреляции в расположении неоднородностей поверхности. По мере уменьшения температуры в интервале $0 - 4^0$ эти корреляции "замерзают". Поэтому процесс локализации приобретает ярко выраженный характер. Как уже говорилось, перенормированные локализованные фотоны с длиной волны $\lambda_{int} \rightarrow 0$ распределены вдоль имеющей бесконечную площадь S_∞ границе льда так, что произведение $\Delta V = \lambda_{int} S_\infty$ - конечная величина. Именно этот дефект объема распирает воду при замерзании. Столь же естественно выглядит с этих позиций и характерное для воды аномально высокое выделение тепла при замерзании - локализованная в скоррелированных складках энергия покидает систему при образовании кристаллической решетки.

Как хорошо известно, эффект Ребиндера на поверхности Al может происходить и при полном отсутствии In - стоит достаточно сильно провести по поверхности

алюминия галлиевым образцом. Неудивительно, что поведение галлия вблизи точки кристаллизации очень напоминает поведение воды - такая же аномальная зависимость плотности от температуры. Возможно, кристаллизация Ga после его плавления, вызванного трением, начинается с образования фрактальных зародышей твердой фазы, как это происходит со льдом.

Концепция дефекта объема при локализации электромагнитного поля, лежащая в основе нашей трактовки эффекта Ребиндера, по-видимому, может оказаться полезной в понимании еще целого ряда интересных явлений.

Общеизвестен следующий факт. При сливании двух прозрачных жидкостей, имеющих объемы V_1 и V_2 , иногда образуется мутный раствор с суммарным объемом V , большим чем $V_1 + V_2$. Это явление называется гелеобразованием в растворах. Можно ждать сколько угодно, раствор не станет прозрачным. С чем связана убыль приходящего в наш глаз света, из-за чего раствор представляется нам мутным? Аргументация, связывающая замутненность с поглощением и рассеянием света мельчайшими частицами образовавшейся конденсированной фазы или флуктуациями плотности вряд ли годится - эти частички никогда не выпадают в осадок и, если бы они образовывались, объем системы бы уменьшался. На наш взгляд, причина дефекта объема и помутнения раствора та же самая, что и в эффекте Ребиндера и связана она с локализацией света в фрактальной системе складок поверхности, разграничивающих сливаемые жидкости. Локализация поля в первичных складках вызывает образование новых, в них снова запасается локализованный свет и т.д. Улавливание света в системе складок объясняет помутнение растворов, конечный объем, приходящийся на фрактальную поверхность складок, объясняет разбухание растворов при гелеобразовании.

Внезапное кратковременное потемнение пробирки с водяным паром при критической опалесценции объясняют обычно образованием мельчайших частичек воды при конденсации пара и рассеянием света на них. Между тем, возможен иной взгляд на проблему. Правее и выше критической точки на диаграмме фазового равновесия жидкости и пара на в координатах давление-температура не существует ни жидкости, ни пара. Чем же тогда заполнен объем? Возможно ни чем иным, как фрактальной границей раздела фаз, имеющей конечный объем. Если так, то почему бы не быть локализации света в складках этой границы. Визуально эта локализация наблюдалась бы в виде кратковременного потемнения пробирки.

Для экспериментального подтверждения предложенного выше механизма жидкометаллического эффекта Ребиндера было бы интересно измерить динамическую диэлектрическую проницаемость системы в далеком ИК-диапазоне в момент разрушения образца. Кроме того, микроскопические круговые токи, описываемые возникающими поляризационными операторами $\pi_{\alpha\beta}$ (см. рис. 17 б), появляющиеся в момент разрушения, позволяют рассчитывать на наблюдение диамагнитных свойств системы в этот момент.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 07-03-00328).

Список литературы

- [1] Ю.В. Горюнов, Н.В. Перцов, Б.Д. Сумм, *Эффект Ребиндера* (Москва, Наука, 1966).
- [2] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика* (Наука, Москва, 1978).
- [3] В.Г. Болтянский, В.А. Ефремович, *Наглядная топология* (Наука, Москва, 1982).
- [4] Х.О.Пайтген, П.Х.Рихтер *Красота фракталов* (Мир, Москва, 1993).
- [5] В.В. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (Freeman, San Francisco, 1983).
- [6] А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов* (Наука, Москва, 1987).
- [7] *Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media*, ed. by P. Sheng (World Scientific, Singapore, 1990).
- [8] P. Sheng, *Introduction to Wave Scattering, Localization, and Mesoscopic Phenomena* (Academic, San Diego, 1995).
- [9] M.C.W. van Rossum, Th. M. Nieuwenhuizen, *Rev. Mod. Phys.*, **71**, 313 (1999).
- [10] К.Борен, Д.Хафмен, *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (Мир, Москва, 1986).
- [11] А. А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Наука, Москва, 1962).
- [12] А. А. Лушников, В. В. Максименко, *ЖЭТФ*, **103**, 1010 (1993).
- [13] Л.П.Горьков, А.И.Ларкин, Д.Е.Хмельницкий, *Письма в ЖЭТФ*, **30**, 248 (1979).
- [14] P. A. Lee, T.V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.*, **57**, 287 (1985).
- [15] И.М. Суслов, *УФН*, **168**, 501 (1998).
- [16] Д.Нозьер, Ф.Пайнс, *Теория квантовых жидкостей* (Мир, Москва, 1967).