Лабораторная работа № 1

Изучение законов вращательного движения.

Цель работы: изучение законов вращательного движения на крестообразном маятнике Обербека.
Приборы и принадлежности: маятник Обербека, набор грузов, масштабная линейка, штангенциркуль.

Теория метода и описание установки.

Законы вращательного движения можно изучать при помощи прибора, схематически изображенного на рис. 1. Прибор состоит из шкива радиуса **r**, закрепленного на оси, четырех стержней, расположенных под углом $\mathbf{90^0}$ друг к другу, и четырех одинаковых цилиндрических грузов, которые можно перемещать вдоль стержней и закреплять на определенном расстоянии от оси. Грузы закрепляются симметрично так, чтобы центр тяжести совпадал с осью вращения.

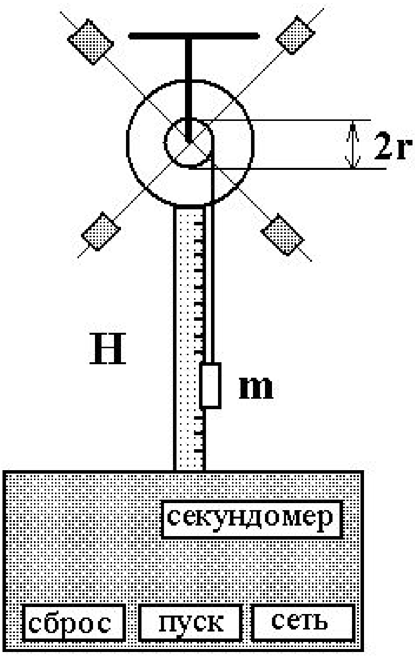

Рис. 1

Прибор приводится во вращательное движение грузом массы m, прикрепленным к концу шнура, навитого на шкив. Груз удерживается наверху вертикальной штанги электромагнитом. На основании прибора имеется электронный секундомер, автоматически срабатывающий при опускании груза на основание.

Груз, удерживаемый на высоте H над поверхностью, обладает потенциальной энергией mgH **,** где **g** – ускорение свободного падения.

Если предоставить возможность грузу падать, то это падение будет происходить с ускорением **a**. При этом шкив со стержнями и расположенными на них грузами будет вращаться с угловым ускорением

$$\varepsilon = a / r \tag{1}$$

Потенциальная энергия груза переходит в кинетическую энергию поступательного движения груза $\mathbf{mv^2/2}$ и кинетическую энергию вращательного движения прибора $\mathbf{J\omega^2/2}$, где **J** – момент инерции прибора относительно оси вращения (см. Приложение), v - скорость груза, **ω** – угловая скорость вращающейся части прибора.

На основании закона сохранения энергии

$$mgH = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \tag{2}$$

Сила натяжения шнура T определяется из второго закона Ньютона

$$T = m(g - a) \quad . \tag{3}$$

Момент этой силы, действующий на шкив

$$N = Tr \quad , \tag{4}$$

связан с моментом инерции установки и угловым ускорением соотношением

$$N = J\varepsilon \quad . \tag{5}$$

Так как поступательное движение груза равноускоренное без начальной скорости, то

$$a = \frac{2H}{t^2} \tag{6}$$

Комбинируя (1)-(6), находим

$$J = \frac{mt^2r^2(g - \frac{2H}{t^2})}{2H} \quad . \tag{7}$$

Для определения момента инерции **J** нужно определить опытным путем все величины, состоящие в правой части формулы, ускорение **g** свободного падения известно.

Измерения и выполнение работы.

1. Измеряется штангенциркулем диаметр шкива r .
2. Масса груза указана на установке.
3. Нить наматывается на шкив, на конце которой прикреплен груз так, чтобы он был на высоте H над поверхностью.
4. Масштабной линейкой измеряется H .
5. Время падения груза измеряется автоматически.
   Для этого: 1) переместить грузы в верхнее положение. Нижний край груза должен быть выше верхнего края фотоэлектрического датчика; 2) нажать клавишу "сброс" и проверить, произошло ли обнуление показаний секундомера; 3) нажать клавишу "пуск".
6. По формуле (7) вычисляют момент инерции.
7. Опыт повторяется 2 раза при различном симметричном расположении цилиндрических грузов на стержнях.
8. Результаты измерений и вычисления заносятся в таблицу.

№	r (м)	H (м)	t (с)	J (кг м^2)
1				
2				

Контрольные вопросы.

1. Что такое угловая скорость?
2. Что такое угловое ускорение?
3. Что такое момент инерции твердого тела?
4. Объясните ход работы?

Приложение

Одним из центральных понятий в динамике твердого тела является понятие момента инерции тела относительно некоторой оси. Момент инерции тела относительно некоторой оси зависит от массы тела и от распределения этой массы относительно оси. В простейшем случае материальной точки массы m момент инерции относительно оси равен произведению массы материальной точки на квадрат расстояния до этой оси r:

$$I_z = mr^2 .$$

Момент инерции тела – величина аддитивная: момент инерции протяженного тела равен сумме моментов инерции его частей; момент инерции системы тел равен сумме моментов инерции отдельных тел системы. Момент инерции тела относительно произвольной оси Z определяется как сумма моментов инерции элементарных масс Δm_i, на которые можно разбить тело:

$$I_z = \sum_i \Delta m_i r_i^2 ,$$

где r_i - расстояние от оси Z до i-й массы.

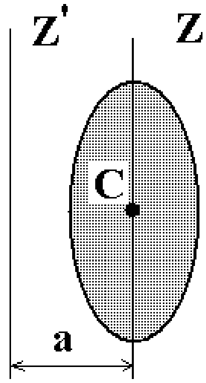

Рис. 2

Совершив предельный переход $\Delta m_i \to 0$, получим

$$I_z = \int_V \rho(\mathbf{r}) r^2 dV ,$$

где $\rho(\mathbf{r})$ - плотность тела, которая может изменяться в пределах тела, V - объем тела.

Одно и то же тело обладает различными моментами инерции относительно разных осей. Согласно теореме Гюйгенса-Штейнера, момент инерции $I_{z'}$ относительно оси Z' равен сумме момента инерции

I_Z относительно оси Z, параллельной данной оси Z' и проходящей через центр массы тела C, и произведения массы тела m на квадрат расстояния a между осями (см. рис. 2)

$$I_{z'} = I_Z + ma^2 .$$

Для изображенной на рис. 3 плоской фигуры выполняется следующее соотношение

$$I_z = I_x + I_y$$

- теорема о моментах инерции плоской фигуры относительно трех взаимно перпендикулярных осей.

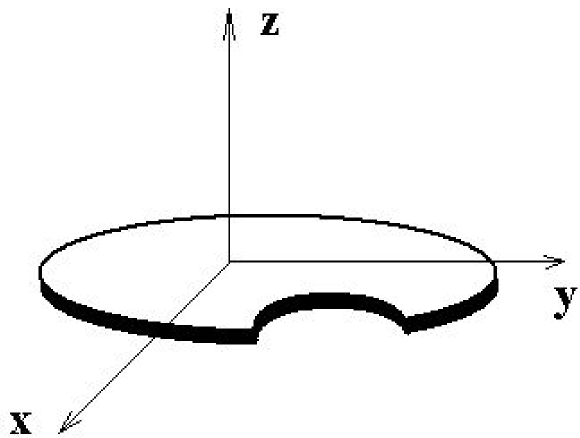

Рис. 3.