Министерство сельского хозяйства Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ»

Кафедра высшей математики и физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Специальность
120100 – «Прикладная геодезия»

Москва 2018

УДК 531.1/.2
ББК 22.21

Подготовлено и рекомендовано к печати
кафедрой высшей математики и физики
Государственного университета по землеустройству
(протокол № 1 от 29 января 2016 г.)

Утверждено к изданию ученым советом
факультета землеустройства
Государственного университета по землеустройству
(протокол № 7 от 21 марта 2016 г.)

Рецензент:

доктор технических наук, профессор ГУЗ
Лыков А.М.,

Методические указания по выполнению расчетно-графической работы: Иванов В.П. – М.: ГУЗ, 2018. – 40 с.

Учебное пособие содержит примеры решения задач, включенных в расчетно-графическую работу по курсу «Теоретическая механика» для студентов 3 курса, обучающихся по специальности «Прикладная геодезия». Во второй части приведены тестовые задания, выполняемые студентами на практических занятиях.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Методические указания по выполнению расчетно-графической работы

Тематика расчетно-графической работы

Название:

«Определить реакции связей для жесткой балки»,

«Определить скорости точек В и С механизма»

Задача № 1

Жёсткая рама (рис. 2, 3) закреплена в точке ***A*** шарнирно, а в точке ***B*** прикреплена к шарнирной опоре на катках или защемлена в точке ***A***. На раму действует пара сил (***m***) две сосредоточенные силы и распределённая нагрузка интенсивностью ***q***, как показано на рисунках 2 и 3.

Определить реакции связей в точках ***A*** и ***B***.

Данные взять из таблицы № 1.

Таблица № 1

№№ вари-антов	$l=10a$, м	Расстояние в долях пролета			***m***, кН·м	***P***$_1$, кН	***P***$_2$, кН	q, кН/м	α, гра-дусы	β, гра-дусы
		a_1/a	a_2/a	a_3/a						
1	**4**	**3**	**9**	**2**	**8**	**12**	**10**	**20**	**30**	**45**
2	**3**	**2**	**8**	**1**	**6**	**10**	**12**	**6**	**60**	**30**
3	**5**	**4**	**7**	**4**	**10**	**14**	**5**	**8**	**45**	**60**
4	**2**	**6**	**6**	**3**	**12**	**5**	**14**	**12**	**60**	**30**
5	**6**	**5**	**5**	**5**	**16**	**8**	**9**	**10**	**30**	**60**
6	**8**	**7**	**4**	**4**	**14**	**9**	**16**	**14**	**30**	**30**
7	**10**	**1**	**3**	**2**	**7**	**16**	**18**	**16**	**45**	**30**
8	**4**	**8**	**10**	**3**	**20**	**20**	**7**	**18**	**30**	**60**
9	**9**	**10**	**8**	**6**	**15**	**7**	**20**	**10**	**60**	**45**
10	**7**	**9**	**6**	**8**	**9**	**18**	**8**	**12**	**60**	**45**
11	**4**	**3**	**9**	**2**	**8**	**12**	**10**	**20**	**60**	**60**
12	**3**	**2**	**8**	**1**	**6**	**10**	**12**	**6**	**60**	**30**
13	**2**	**6**	**6**	**3**	**12**	**5**	**14**	**12**	**45**	**60**
14	**6**	**5**	**5**	**5**	**16**	**8**	**9**	**10**	**60**	**30**
15	**8**	**7**	**4**	**4**	**14**	**9**	**16**	**14**	**30**	**60**
16	**10**	**1**	**3**	**2**	**7**	**16**	**18**	**16**	**30**	**30**
17	**4**	**8**	**10**	**3**	**20**	**20**	**7**	**18**	**45**	**30**
18	**9**	**10**	**8**	**6**	**15**	**7**	**20**	**10**	**30**	**60**
19	**7**	**9**	**6**	**8**	**9**	**18**	**8**	**12**	**60**	**45**
20	**6**	**5**	**3**	**5**	**13**	**7**	**9**	**10**	**60**	**45**

Тип задания помечен римскими цифрами I – XX (задача №1) или I – X (задача №2).

При выборе задания студент руководствуется правилом:

– Тип задания следует выбирать в соответствии с номером в списке журнала учета посещаемости;

– Вариант задания – по последней цифре студенческого билета.

1.1 Основные типы связей

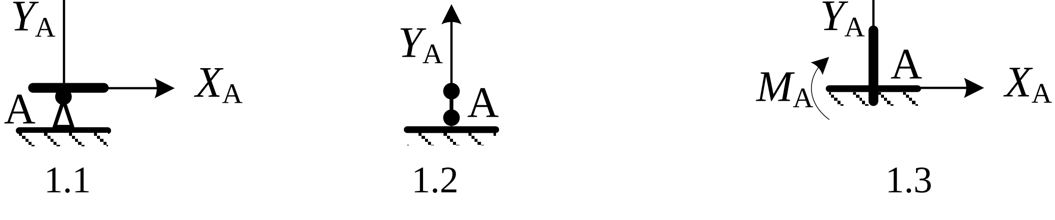
Тела в природе бывают свободными и несвободными. Тела, свобода перемещения которых ничем не ограничена, называются свободными. Тела, ограничивающие свободу перемещения других тел, называются по отношению к ним связями. Одним из основных положений механики является принцип освобождаемости от связей, согласно которому несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить действующие на него связи и заменить их силами – реакциями связей.

Очень важно правильно расставить реакции связей, иначе написанные уравнения окажутся неверными. Ниже приведены типы связей, используемых в контрольных заданиях, показаны их обозначения и реакции этих связей.

Шарнирно-неподвижная опора может изображаться, как показано на рисунке 1.1. Реакция такой связи заменяется двумя силами X_A и Y_A.

Шарнирно-подвижная опора (рисунок 1.2) допускает только перемещение параллельное опорной поверхности. Реакция направлена по нормали опорной поверхности.

Консоль (глухая или жесткая заделка) не допускает никакого перемещения детали. Реакцией такой опоры являются неизвестная по величине и направлению сила с проекциями X_A и Y_A. и момент M_A (рисунок 1.3).



1.1 1.2 1.3

Рис. 1

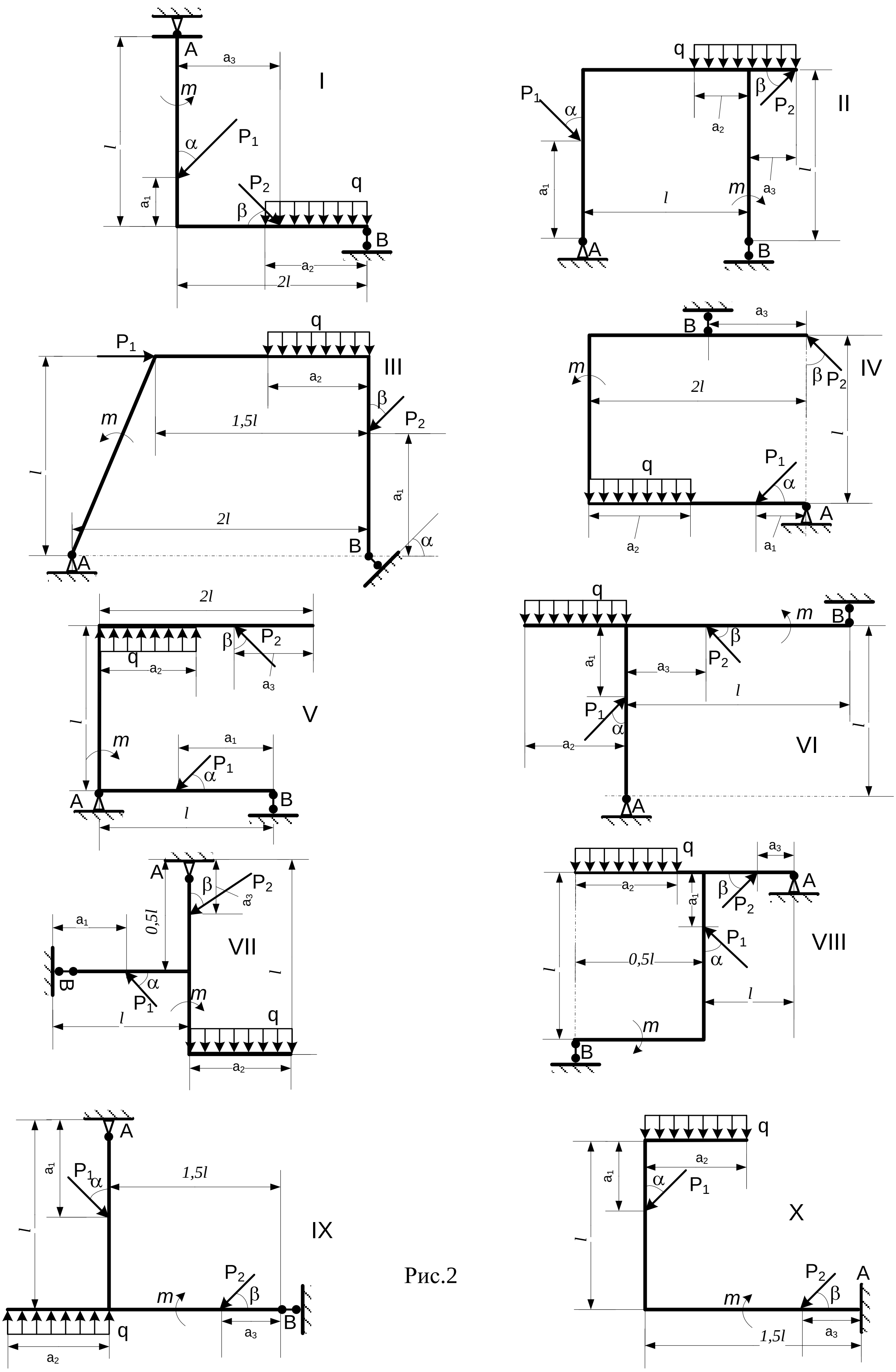


Рис.2

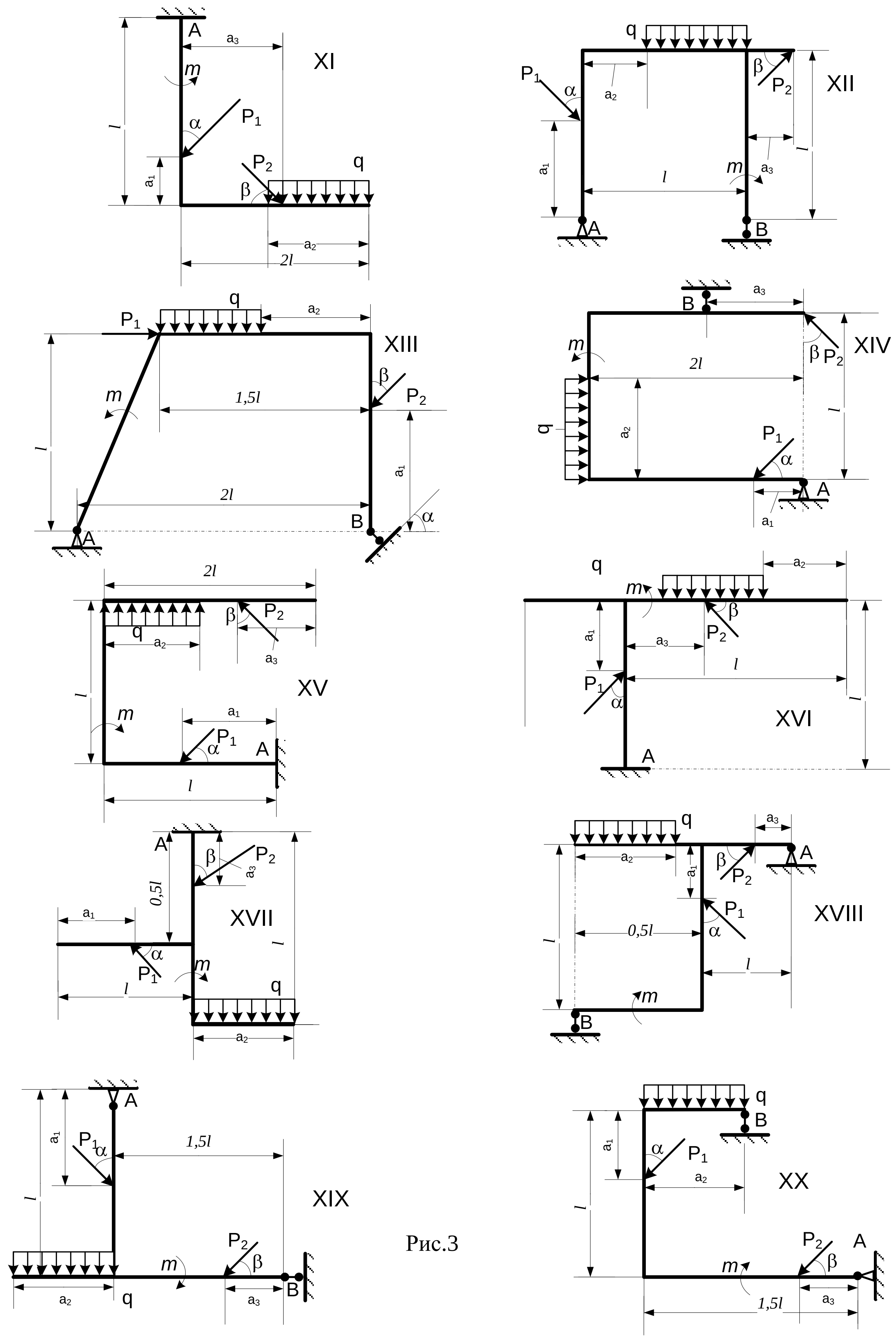


Рис.3

1.2 Пример решения задачи №1 при наличии шарнирной и опоры на катках

Дано:

схема закрепления рамы (рис. 4),
$P_1 = 16$ *кН*, $P_2 = 12$ *кН*, $m = 20$ *кН·м*, $q = 10$ *кН/м*,
$\alpha = 45^{\circ}$, $\beta = 60^{\circ}$, $l = 10a = 8$м, $a = 0{,}8$ м, $a_1/a = 4$,
$a_1 = 4a = 3{,}2$ м, $a_2/a = 5$, $a_2 = 5a = 4$ м, $a_3/a = 6$, $a_3 = 4{,}8$ м.

Решение

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции. Действие связей на конструкцию заменяем их реакциями. Для чего отбрасываем мысленно связи: шарнирно-неподвижную опору *A* и опору на катках *B,* заменяя их действие соответствующими реакциями. Реакция опоры *Y*в направлена перпендикулярно к опорной плоскости. Линия действия реакции опоры *A* неизвестна. Если на рассматриваемую конструкцию действуют силы, произвольно расположенные на плоскости, то необходимо провести оси координат и разложить реакцию неизвестного направления на две составляющие вдоль осей координат. Выбор направления осей обусловлен характером задачи. В рассматриваемой задаче направляем ось *x* по горизонтали с началом координат в опоре *A*, а ось *y* - вертикально вверх (см. рис. 4). Направления составляющих X_A, Y_A реакции опоры *A* принимаем совпадающими с направлениями осей координат. В случае, когда принятое направление не совпадает с действительным, ответ, для соответствующей силы при решении задачи, имеет знак минус.

Для составления уравнений равновесия плоской системы сил, действующих на конструкцию, необходимо равномерно распределённую нагрузку интенсивностью *q* заменить эквивалентной равнодействующей силой. Для чего интенсивность распределенной нагрузки *q* умножаем на длину распределения и находим равнодействующую, а затем как сосредоточенную силу прикладываем посередине распределённой нагрузки (см. рис. 4), то есть $Q = q \cdot a_2$, точка приложения силы на схеме показана буквой *C*.

Далее для плоской системы сил P_1, P_2, Q, X_A, Y_A,Y_B и пары сил с моментом *m*, действующих на конструкцию, составляем три уравнения равновесия.

При составлении уравнения необходимо определить моменты сил, действующих на конструкцию относительно какой-либо точки надо силу умножить на плечо - это длина перпендикуляра восстановленного из данной точки к направлению действия силы. Для удобства составления уравнений статики следует силу, действующую на конструкцию под определенным углом, разложить на составляющие по координатным осям. Тогда уравнения статики запишутся следующим образом.

$$\sum_{k=1}^{n} M_{kA} = -a_1 \cdot P_1 \sin\alpha - m - P_2 \cdot \sin\beta \cdot (2l - a_3) + \tag{1}$$

$$P_2 \cos\beta \cdot l + Y_B \cdot 2l - qa_2 \cdot \left(l + \frac{a_2}{2} \right) = 0$$

$$\sum_{k=1}^{n} X_k = X_A + P_1 \cos\alpha - P_2 \cos\beta = 0 \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} Y_k = Y_A - P \sin\alpha - P_2 \sin\beta + Y_B - qa_2 = 0 \tag{3}$$

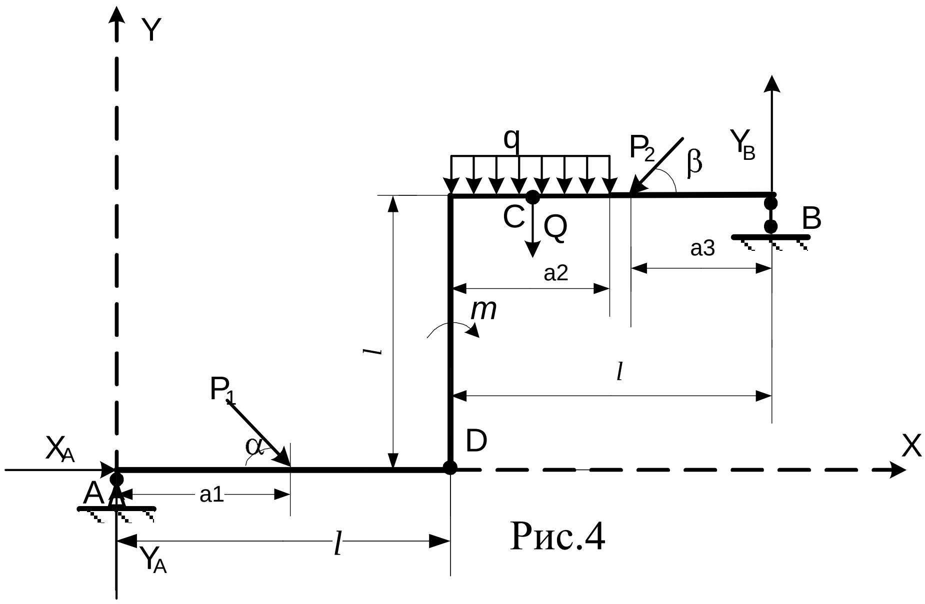


Рис.4

При составлении уравнения моментов сил относительно используем правило знаков: если сила стремится вращать плоскость действия силы, относительно точки вращения, против часовой стрелки, то знак момента этой силы положителен, а в противном случае - отрицателен.

Матрица A системы уравнений 1÷3 и вектор-столбец b правой части имеют вид, соответственно

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2l \end{pmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} P2\cdot\cos(\beta) - P1\cdot\cos(\alpha) \\ P1\cdot\sin(\alpha) + q\cdot a2 + P2\cdot\sin(\beta) \\ P1\cdot\sin(\alpha)\cdot a1 + P2\cdot\sin(\beta)\cdot(2l - a3) - P2\cdot\cos(\beta)\cdot l + m + q\cdot a2\cdot\left(l + \dfrac{a2}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Решение указанной системы в среде Mathcad выглядит следующим образом

$$\begin{pmatrix} Xa \\ Xb \\ Yb \end{pmatrix} := \mathrm{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} -5.314 \\ 28.399 \\ 33.307 \end{pmatrix}$$

Матрица A разреженная. Поэтому неизвестные реакции Xa и Y_b можно вычислить непосредственно из уравнений (1) и (3), и далее, определив Y_b, найти X_b из (2). Соответствующие формулы имеют следующий вид

$$Y_B = \frac{a_1 \cdot P_1 \sin\alpha + m + P_2 \cdot \sin\beta \cdot (2l - a_3) - P_2 \cos\beta \cdot l + qa_2 \cdot \left(l + \dfrac{a_2}{2}\right)}{2l}$$

$$X_A = P_2 \cos\beta - P_1 \cos\alpha;\ Y_A = P\sin\alpha + P_2 \sin\beta - Y_B + qa_2$$

Подставляя численные значения, получим:

Y_B = 28,919 *кН*, X_A = -5,314 *кН*, Y_A = 32,787 *кН*.

Отрицательный знак реакции XA означает, что направление было выбрано неправильно.

Для того чтобы быть уверенным в достоверности полученных значений опорных реакций, надо сделать проверку. Для чего составляем уравнение моментов всех сил относительно какой-либо другой точки системы за исключением точки A, например D. Сумма моментов всех сил должна быть равна нулю.

$$\sum_{k=1}^{n} M_{kD} = Y_b \cdot l + P_1 \sin\alpha \cdot (l - a_1) - m - P_2 \cdot \sin\beta \cdot (l - a_3) +$$

$$P_2 \cos\beta \cdot l - q a_2 \cdot \frac{a_2}{2} - Y_a \cdot l = 0$$

Подставляя численные значения параметров, входящих в приведенное уравнение видим, 364,61 – 364,61 = 0, то есть убеждаемся в правильности полученных значений опорных реакций.

1.3 Пример решения задачи №1 для случая защемленной рамы

Дано:

схема закрепления рамы (рис. 5),

$P_1 = 16$ *кН*, $P_2 = 12$ *кН*, $m = 20$ *кН·м*, $q = 10$ *кН/м*,

$\alpha = 45^{\circ}$, $\beta = 60^{\circ}$, $l = 10a = 8$м, $a = 0{,}8$ м, $a_1/a = 4$,

$a_1 = 4a = 3{,}2$ м, $a_2/a = 5$, $a_2 = 5a = 4$м, $a_3/a = 6$, $a_3 = 4{,}8$м.

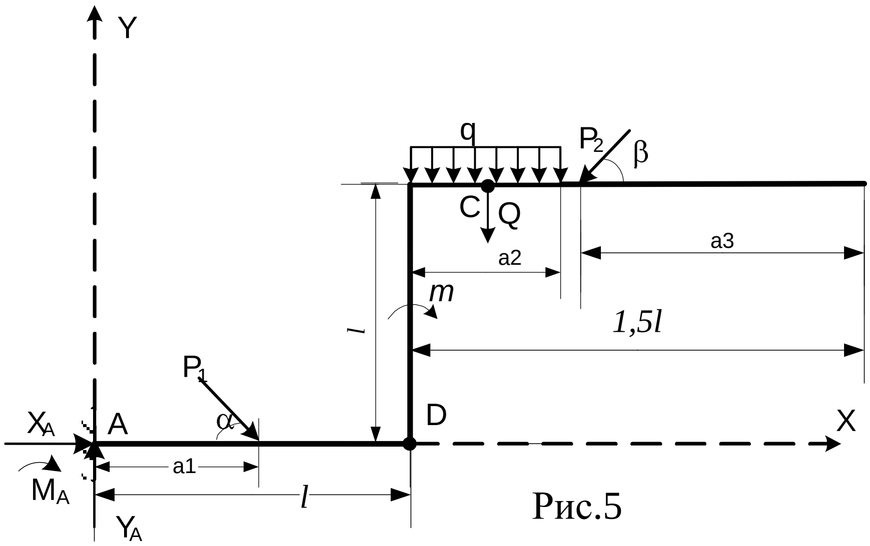


Рис.5

Решение

Уравнения статики для данной схемы запишутся следующим образом.

$$\sum_{k=1}^{n} M_{kA} = -a_1 \cdot P_1 \sin\alpha - m - P_2 \cdot \sin\beta \cdot (2{,}5l - a_3) + \quad (4)$$

$$P_2 \cos\beta \cdot l - q a_2 \cdot \left(l + \frac{a_2}{2}\right) - M_A = 0$$

$$\sum_{k=1}^{n} X_k = X_A + P_1 \cos\alpha - P_2 \cos\beta = 0 \qquad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{n} Y_k = Y_A - P \sin\alpha - P_2 \sin\beta - qa_2 = 0 \qquad (6)$$

Матрица системы уравнений 4÷6 имеет ненулевые элементы расположенные только на диагонали. Такой вид матрицы коэффициентов системы уравнений обусловлен выбором начальной точки, относительно которой составляется уравнение моментов. Очевидно, что этой точкой является точка приложения реакции шарнирной опоры. В результате в уравнение моментов не входят неизвестные величины $X_А$ и $Y_А$. Решение для (4÷6) имеет вид:

$$M_A = P_2 \cos\beta \cdot l - a_1 \cdot P_1 \sin\alpha - m - P_2 \cdot \sin\beta \cdot (2{,}5l - a_3) - qa_2 \cdot \left(l + \frac{a_2}{2} \right)$$

$$X_A = P_2 \cos\beta - P_1 \cos\alpha$$

$$Y_A = P \sin\alpha + P_2 \sin\beta + qa_2$$

Подставляя численные значения, получим:

$M_А = – 566{,}167$ *кН·м*, $X_А = – 5{,}314$*кН*, $Y_А = 61{,}706$ *кН*.

Отрицательный знак реакции $X_А$ и $M_А$ означает, что направление этих векторов было выбрано неправильно.

Для проверки правильности решения составляем уравнение моментов всех сил относительно какой-либо другой точки системы за исключением точки *A*, например *D*.

Сумма моментов всех сил должна быть равна нулю.

$$\sum_{k=1}^{n} M_{kD} = -M_A + P_1 \sin\alpha \cdot (l - a_1) - m - P_2 \cdot \sin\beta \cdot (1.5l - a_3) +$$

$$P_2 \cos\beta \cdot l - qa_2 \cdot \frac{a_2}{2} - Y_a \cdot l = 0$$

Подставляя численные значения параметров, входящих в приведенное уравнение видим, 102,31 – 102,31 = 0, то есть убеждаемся в правильности полученных значений опорных реакций.

Задача №2

Для заданного положения механизма (рис. 6) найти скорости точек B и C аналитически, если задана угловая скорость ω_{AB} кривошипа OA.

OA = 10 *см*, AB = 20 *см*, ω_{OA} = 1,5 *рад/с*.

1.4 Пример выполнения задачи №2

Дано:

схема механизма в заданном положении (рис. 6); исходные данные: OA = 10 *см*, AB = 20 *см*, ω_{OA} = 1,5 *рад/с*.

Таблица № 2

№№ вариантов	Параметры задачи				
	OA, см	*AB*, см	*BC/AB*	α, Градусы	ω_{OA}, с$^{-1}$
1	3,5	11,0	0,2	30	*2*
2	2,0	7,5	0,4	60	1
3	3,0	10,0	0,3	45	4
4	2,5	8,5	0,5	90	3
5	4,0	12,0	0,1	60	2
6	2,0	6,0	0,6	45	5
7	3,0	9,0	0,8	30	4
8	3,5	10,5	0,5	90	1
9	2,5	8,0	0,7	60	5
10	2,0	7,0	0,5	45	2

Решение

Определение скоростей точек *A, B, C* и угловой скорости звена *AB*. При заданном положении механизма определяем скорость кривошипа *OA*. При известной угловой скорости кривошипа ω_{OA} и длины его *OA*, скорость определяется по формуле:

$$v_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15 \text{ см/с}.$$

Очевидно, что скорость точки *A* перпендикулярна кривошипу *OA* (рис. 7а). Скорость ползуна (точки *B*) направлена по вертикали, так как ползун *B* совершает возвратно-поступательное движение по вертикали.

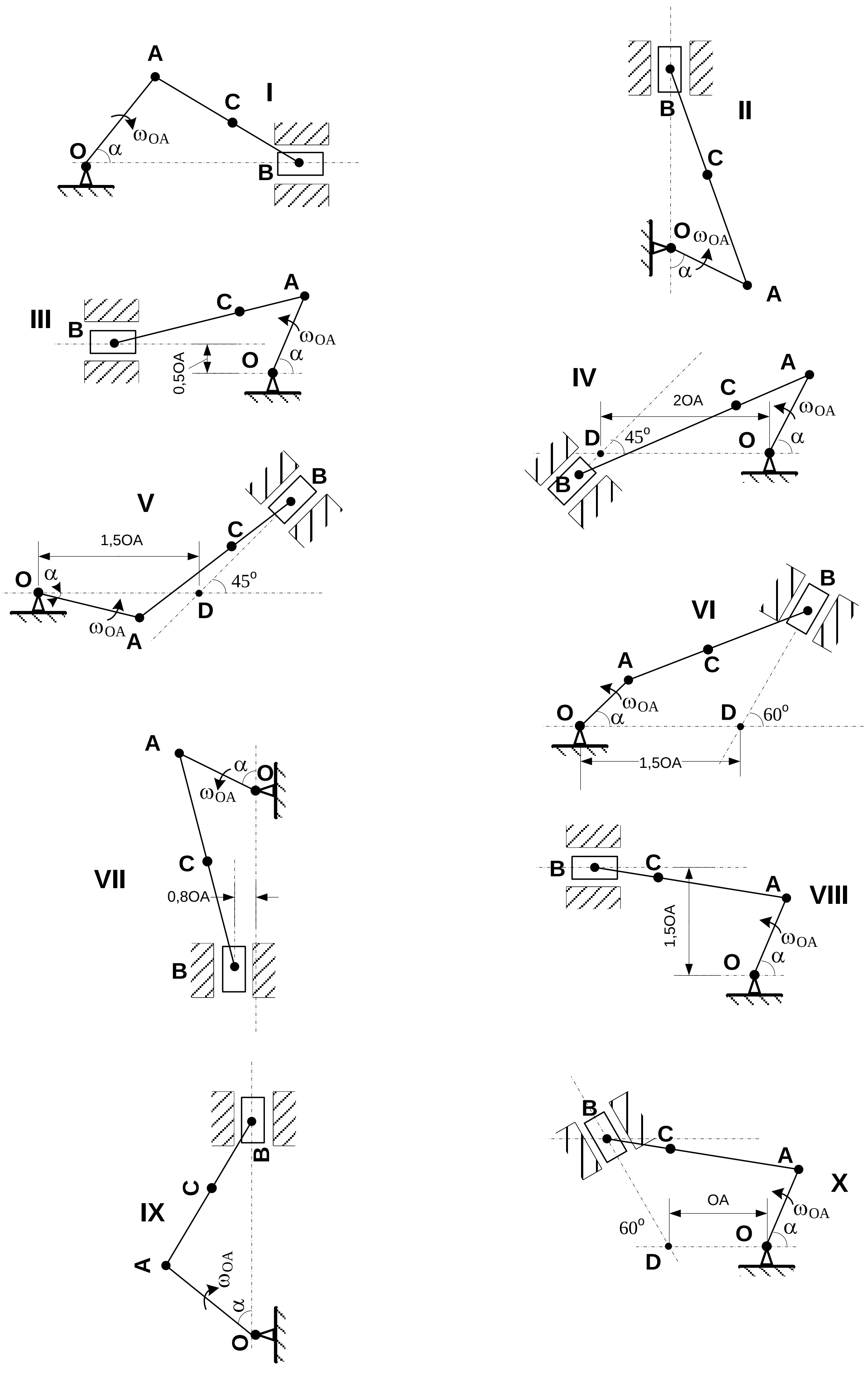


Рис.6

Зная направления скоростей двух точек шатуна AB находим его мгновенный центр скоростей P_{AB}. Для чего достаточно восстановить перпендикуляры из точек A и B к их скоростям и точка пересечения этих перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна AB.

Если угловую скорость шатуна обозначим через ω_{AB}, то скорость точки A при вращательном движении вокруг мгновенного центра будет:

$$v_A = \omega_{AB} \cdot AP_{AB},$$

откуда угловая скорость звена AB равна:

$$\omega_{AB} = v_A / AP_{AB}.$$

Далее, определение скоростей точек шатуна B и C не представляет трудности.

$$v_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}, \quad v_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB}$$

Расстояния AP_{AB} , BP_{AB} и CP_{AB} определяются из рассмотрения треугольников ABP_{AB} и ACP_{AB}.

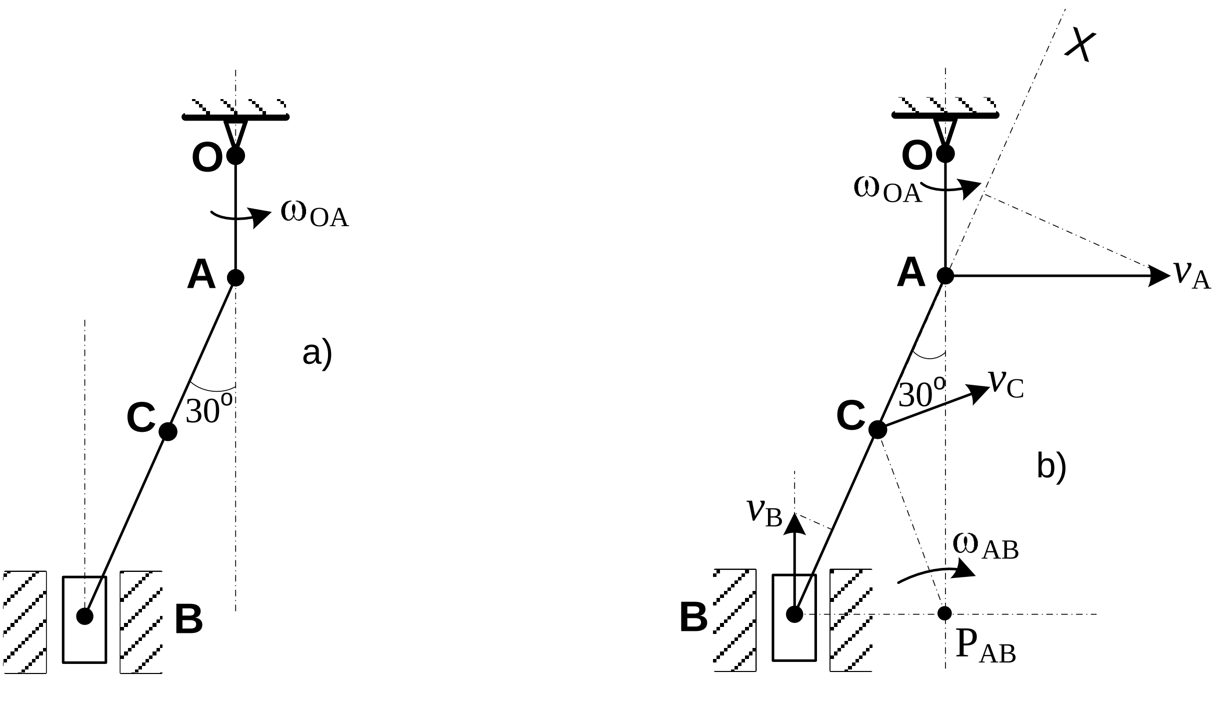


Рис.7

Из прямоугольного треугольника ABP_{AB} имеем:

$$BP_{AB} = AB \cdot \sin 30^0 = 0{,}5AB = 30 \ \ см,$$

$$AP_{AB} = AB \cdot \cos 30^0 = 0{,}866AB \approx 52 \ \ см.$$

CP_{AB} определяем из треугольника BCP_{AB} по теореме косинусов:

$$CP_{AB} = \sqrt{BP_{AB}^2 + BC^2 - 2BP_{AB} \cdot BC \cdot \cos 60^0} = \sqrt{30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 0{,}5} \approx 36{,}1 см.$$

Подставляя численные значения AP_{AB}, BP_{AB} и CP_{AB}, находим:

$$\omega_{AB} = 15/52 = 0{,}29 \ рад/c, \ v_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB} = 0{,}29 \cdot 30 = 8{,}7 см/c,$$

$$v_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB} = 0{,}29 \cdot 36{,}1 = 10{,}5 см/c.$$

Вектор $\vec{v}_C$ направлен перпендикулярно отрезку CP_{AB} в сторону, соответствующую направлению вращения звена AB.

Скорость точки B можно было определить другим способом. Воспользуемся теоремой о равенстве проекции скоростей точек на ось, проведённой через эти точки.

Направим ось x вдоль шатуна AB в направлении от B к A.

Проектируя, получим:

$$v_A \cos(\vec{v}_A, x) = v_B \cos(\vec{v}_B, x)$$

или, как видно из рисунка 7b:

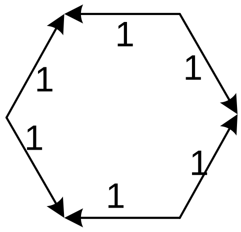
$$v_A \cos 60^0 = v_B \cos 30_0, \ \ v_B = 8{,}7 см/c.$$

Аналогично определяется скорость точки C.

2. Тестовые задания

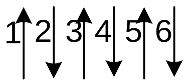
2.1. Сложение сходящихся и параллельных сил

Вариант 1



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

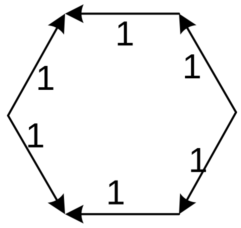
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

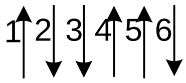
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 2



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

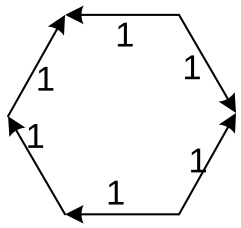
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

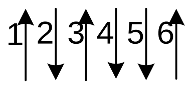
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 3



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

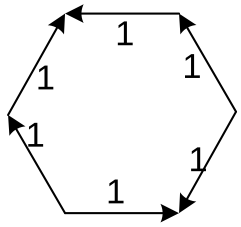
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

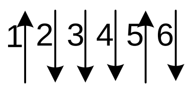
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 4



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

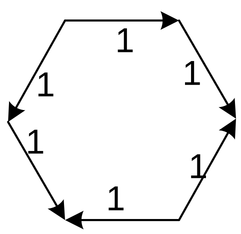
Найти равнодействующую силу данной системы.

2. 

Дана система параллельных сил. Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

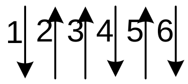
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 5



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

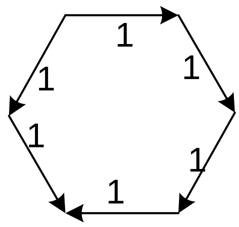
Найти равнодействующую силу данной системы.

2. 

Дана система параллельных сил. Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

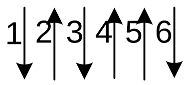
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 6



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

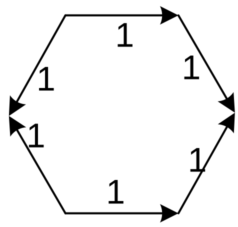
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

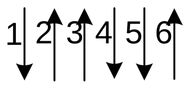
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 7



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

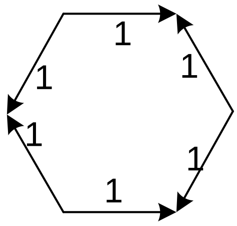
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

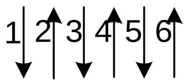
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 8



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

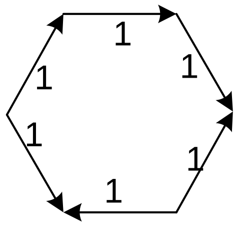
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

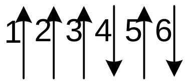
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 9



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

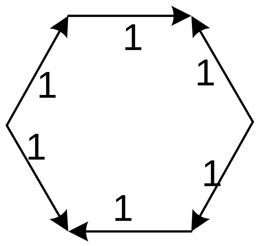
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

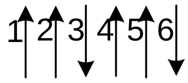
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 10



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

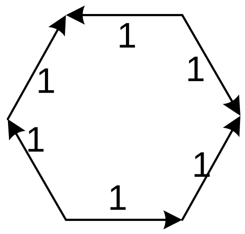
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

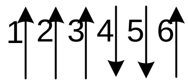
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 11



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

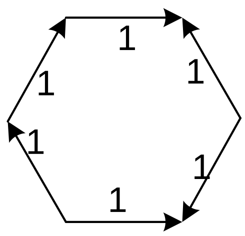
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

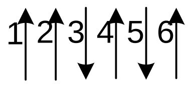
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 12



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

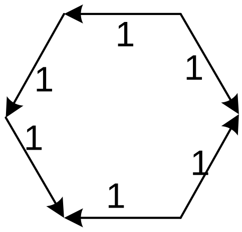
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

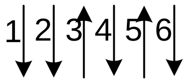
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 13



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

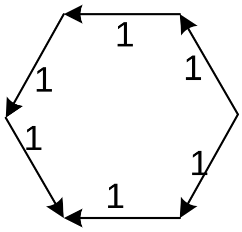
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

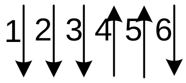
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 14



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

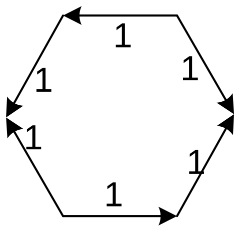
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

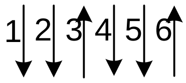
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 16



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

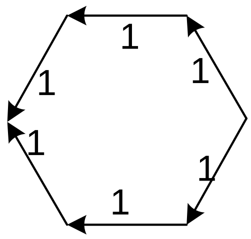
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

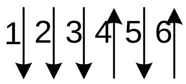
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 18



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

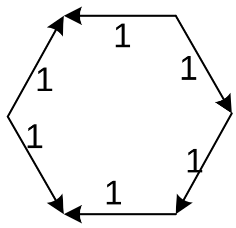
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

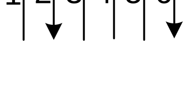
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 19



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

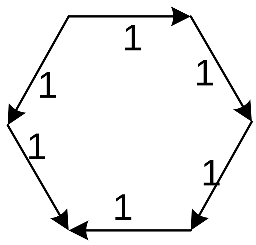
2. 

Дана система параллельных сил.

Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

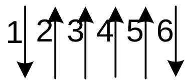
Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

Вариант 20



1. Силы в 1 Н приложены по сторонам шестиугольника, как показано на рисунке.

Найти равнодействующую силу данной системы.

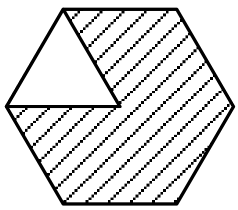
2. 

Дана система параллельных сил. Модули сил равны соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6 Н. Расстояние между точками приложения сил одинаково и равно 1 метру.

Найти модуль и точку приложения равнодействующей.

2.2. Определение положения центра тяжести фигуры

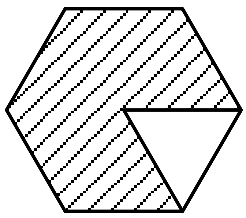
Вариант 1



Из правильного шестиугольника со стороной а вырезан равносторонний треугольник, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

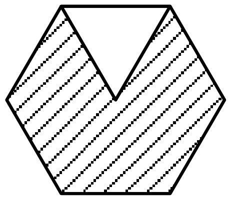
Вариант 2



Из правильного шестиугольника со стороной а вырезан равносторонний треугольник, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

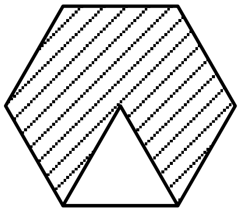
Вариант 3



Из правильного шестиугольника со стороной а вырезан равносторонний треугольник, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

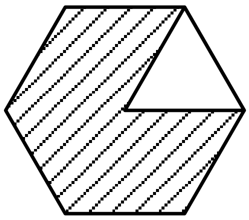
Вариант 4



Из правильного шестиугольника со стороной а вырезан равносторонний треугольник, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

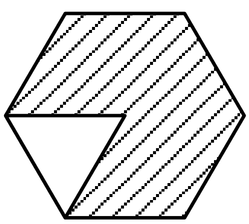
Вариант 5



Из правильного шестиугольника со стороной а вырезан равносторонний треугольник, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

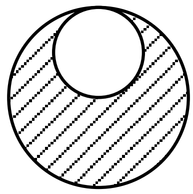
Вариант 6



Из правильного шестиугольника со стороной а вырезан равносторонний треугольник, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

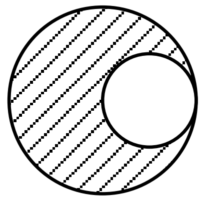
Вариант 7



Из круга радиуса R вырезали маленький круг радиусом r = R/2, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

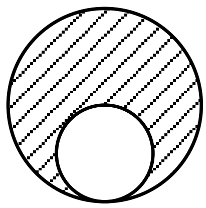
Вариант 8



Из круга радиуса R вырезали маленький круг радиусом r = R/2, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

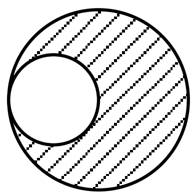
Вариант 9



Из круга радиуса R вырезали маленький круг радиусом r = R/2, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

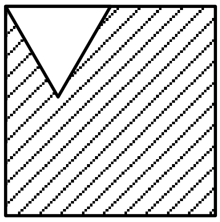
Вариант 10



Из круга радиуса R вырезали маленький круг радиусом r = R/2, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

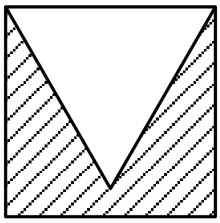
Вариант 11



Из квадрата со стороной *a* вырезали равносторонний треугольник со стороной *a/2*, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

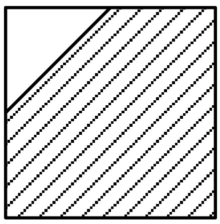
Вариант 12



Из квадрата со стороной *a* вырезали равносторонний треугольник со стороной *a*, как показано на рисунке.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

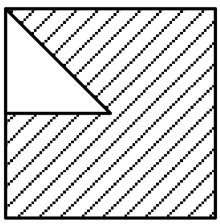
Вариант 13



Из квадрата со стороной *a*, как показано на рисунке, вырезали прямоугольный треугольник, катеты которого равны *a/2*.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

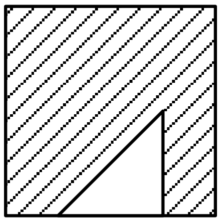
Вариант 14



Из квадрата со стороной *a*, как показано на рисунке, вырезали прямоугольный треугольник, катеты которого равны *a/2*.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

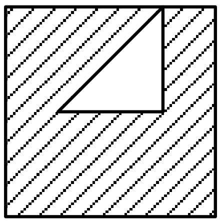
Вариант 15



Из квадрата со стороной *a*, как показано на рисунке, вырезали прямоугольный треугольник, катеты которого равны *a/2*.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

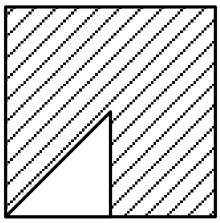
Вариант 16



Из квадрата со стороной *a*, как показано на рисунке, вырезали прямоугольный треугольник, катеты которого равны *a/2*.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

Вариант 17



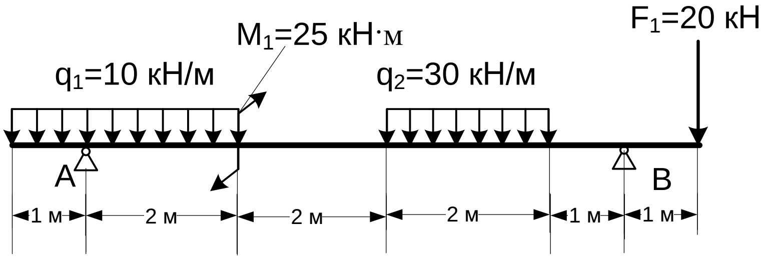
Из квадрата со стороной *a*, как показано на рисунке, вырезали прямоугольный треугольник, катеты которого равны *a/2*.

Найти центр тяжести полученной фигуры.

2.3. Определение реакций связей

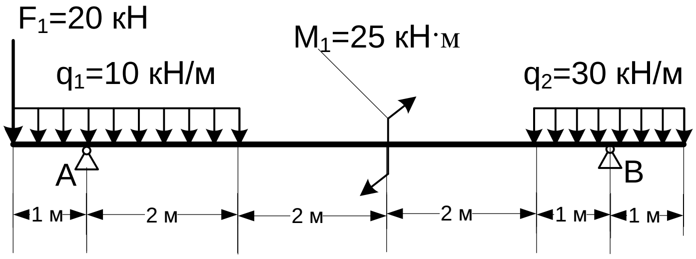
Вариант № 1.

Найти реакции опор RA и RB.



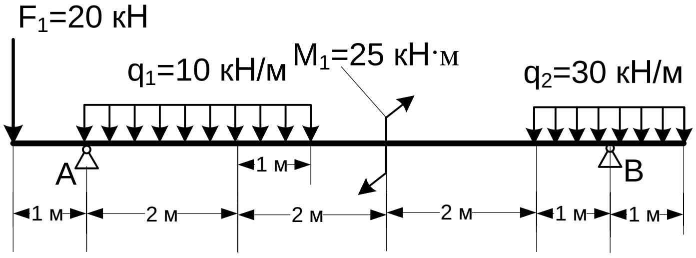
Вариант № 2.

Найти реакции опор RA и RB.



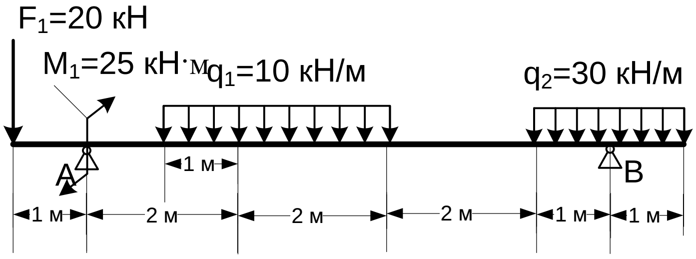
Вариант № 3.

Найти реакции опор RA и RB.



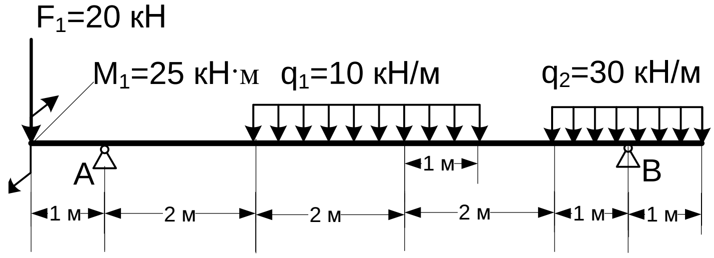
Вариант № 4.

Найти реакции опор RA и RB.



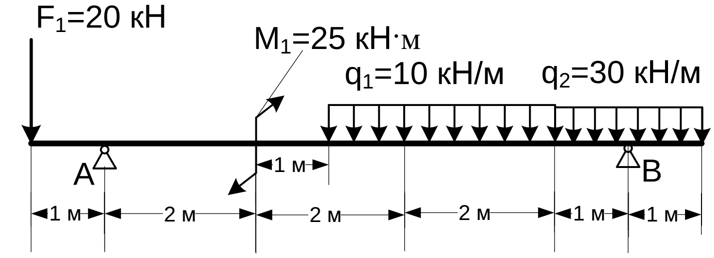
Вариант № 5.

Найти реакции опор RA и RB.



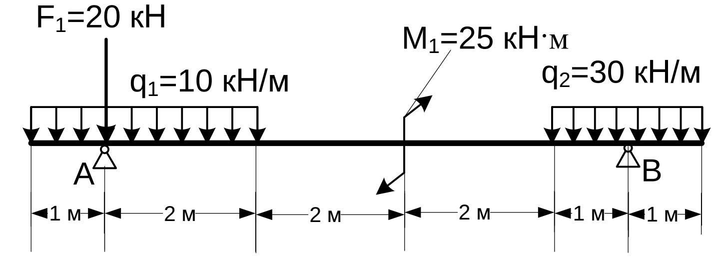
Вариант № 6.

Найти реакции опор RA и RB.



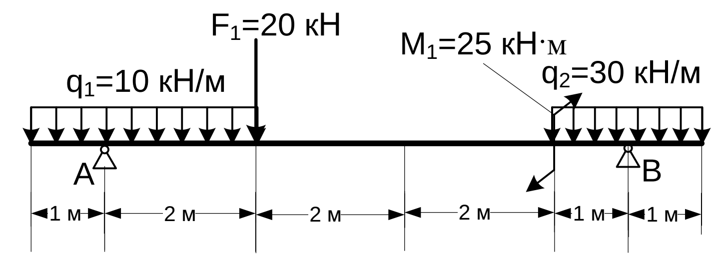
Вариант № 7.

Найти реакции опор RA и RB.



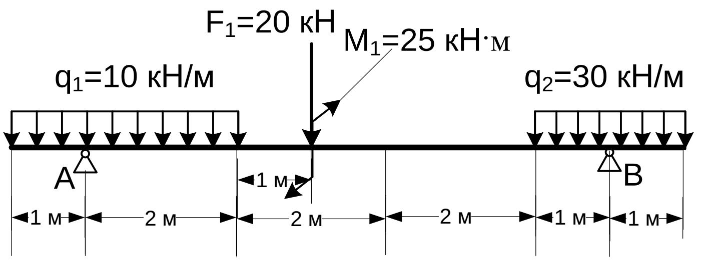
Вариант № 8.

Найти реакции опор RA и RB.



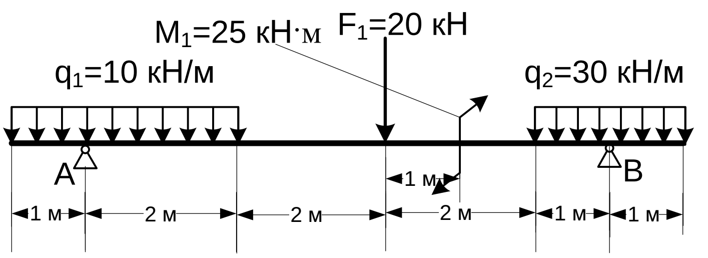
Вариант № 9.

Найти реакции опор RA и RB.



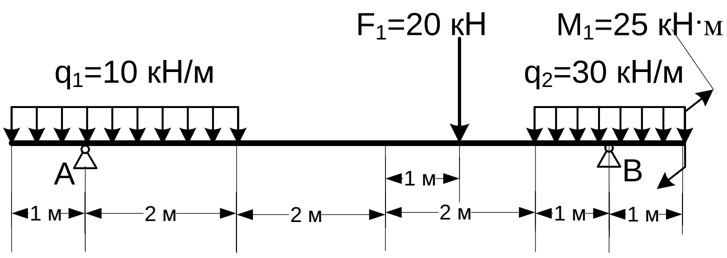
Вариант № 10.

Найти реакции опор RA и RB.



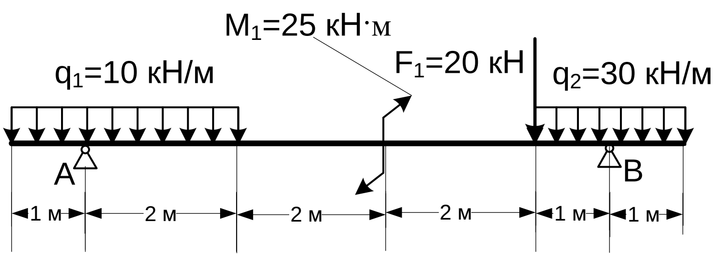
Вариант № 11.

Найти реакции опор RA и RB.



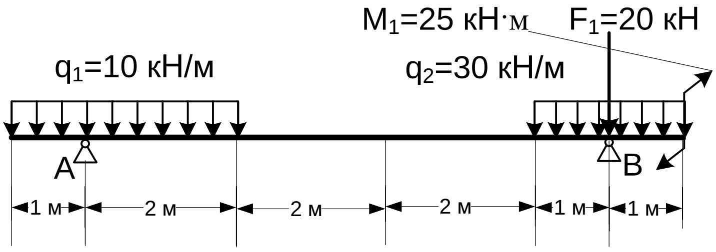
Вариант № 12.

Найти реакции опор RA и RB.



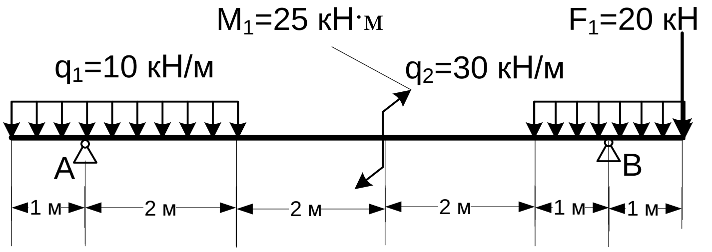
Вариант № 13.

Найти реакции опор RA и RB.



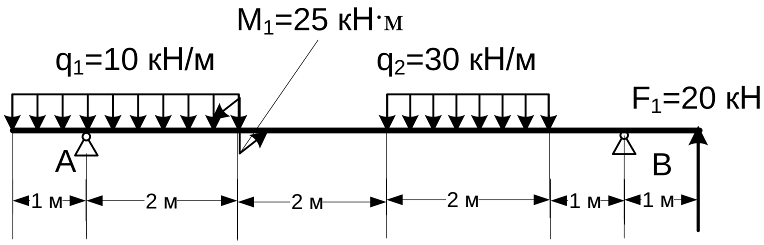
Вариант № 14.

Найти реакции опор RA и RB.



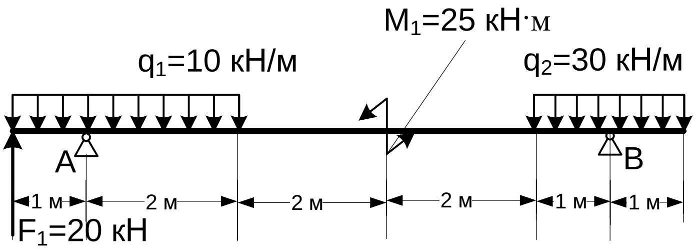
Вариант № 15.

Найти реакции опор RA и RB.



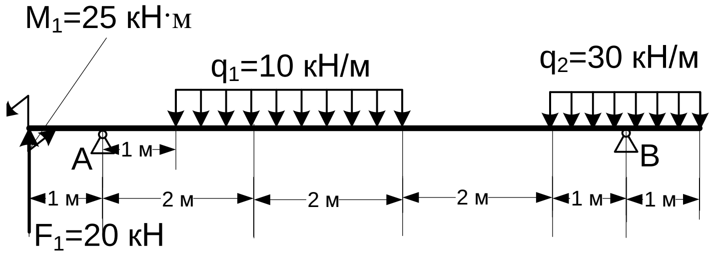
Вариант № 16.

Найти реакции опор RA и RB.



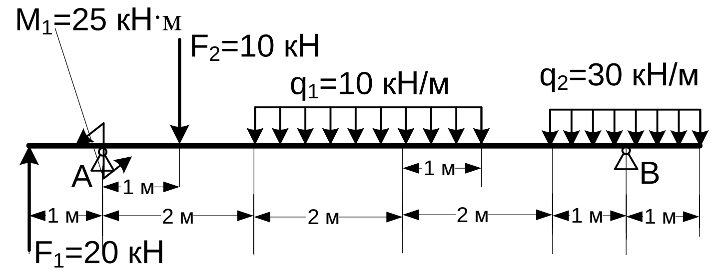
Вариант № 17.

Найти реакции опор RA и RB.



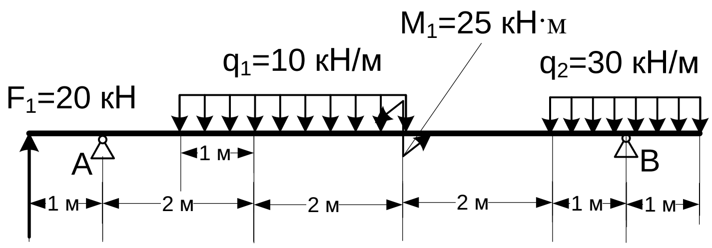
Вариант № 18.

Найти реакции опор RA и RB.



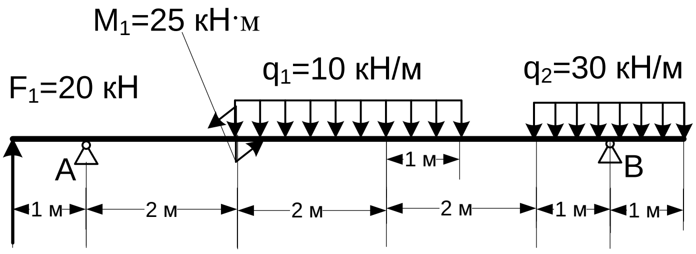
Вариант № 19.

Найти реакции опор RA и RB.



Вариант № 20.

Найти реакции опор RA и RB.



2.4. Определение скорости точки и ее траектории

1. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2t; \quad y = t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

2. Движение точки задано уравнениями

$$x = -2t; \quad y = t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

3. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2t; \quad y = -t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

4. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2\sqrt{t}; \quad y = t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

5. Движение точки задано уравнениями

$$x = -t; \quad y = t^3$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 2 сек, построить траекторию движения.

6. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2t^2; \;\; y = t$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

7. Движение точки задано уравнениями

$$x = \sqrt{t}; \;\; y = -2t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

8. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2t; \;\; y = (t+1)^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

9. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2(t-1); \;\; y = (t-1)^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 3 сек, построить траекторию движения.

10. Движение точки задано уравнениями

$$x = t^2 - 2t; \;\; y = t$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

11. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2t;\ \ y = t^3$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 2 сек, построить траекторию движения.

12. Движение точки задано уравнениями

$$x = \frac{2}{t};\ \ y = t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

13.Движение точки задано уравнениями

$$x = e^t - 1;\ \ y = \sqrt{t}$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

14. Движение точки задано уравнениями

$$x = \sin(2t);\ \ y = e^t$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

15. Движение точки задано уравнениями

$$x = 3 \cdot \cos(t);\ \ y = 2 \cdot \cos(2t)$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

16. Движение точки задано уравнениями

$$x = 2 \cdot \sin(t); \;\; y = 3 \cdot \cos(t)$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

17. Движение точки задано уравнениями

$$x = \ln(t+1); \;\; y = t^2$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

18. Движение точки задано уравнениями

$$x = \cos(t); \;\; y = e^t - 1$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

19. Движение точки задано уравнениями

$$x = \cos(t); \;\; y = e^{-t} - 1$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

20. Движение точки задано уравнениями

$$x = \sin(t); \;\; y = e^t - 1$$

(t – в секундах, x и y – в сантиметрах).

Определить величину и направление скорости при t = 1 сек, построить траекторию движения.

Литература

1. Яблонский В.М., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч. I, II. – М., 1984.

2. Веретенников В.Г., Синицын В.А. Теоретическая механика. – М., Физматлит, 2006.

3. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика. – М., Физматлит, 2006.

4. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М., Высшая школа, 2002.

Учебное издание

Иванов Владимир Петрович

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-
ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Специальность
120100 – «Прикладная геодезия»

Редакционно-издательский отдел ГУЗ

Подписано в печать 19.04.18. Сдано в производство 18.05.18.
Формат 60x84$^{1}/_{16}$. Объем 2,5 п.л., 2,22 уч.- изд.
Бумага офсетная. Тираж 100. Заказ №____

Отдел издательства ГУЗ
Москва, ул. Казакова, 15